

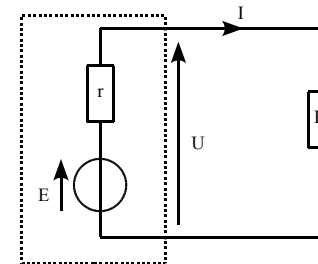
Table des matières

I Association d'un dipôle passif et d'un dipôle actifs.....2
 I.1 Point de fonctionnement :.....2
 I.2 Méthode analytique ou algébrique :.....2
 I.3 Méthode graphique :.....4
 II Association de plusieurs dipôles actifs et passifs :.....5
 II.1 Comment trouver le point de fonctionnement d'un montage comportant plusieurs dipôles ? ..5
 II.2 Théorème de Thévenin et de Norton :.....6
 II.2.1 Théorème :.....6
 II.2.2 Détermination du modèle équivalent de Thévenin :.....6
 Détermination de la f.e.m. E du M.E.T.....7
 Détermination de la résistance R0 de M.E.T. :.....8
 Modèle de Thévenin équivalent M.E.T. du dipôle vue des points A et B :.....8
 Détermination du point de fonctionnement du montage UAB et I lorsque R est branchée ..8
 II.2.3 Détermination du modèle de Norton équivalent :.....9
 Détermination de l'intensité de court-circuit I0 du modèle de Norton équivalent :.....9
 Détermination de la résistance équivalent R0 :.....10
 Remarque importante concernant la résistance équivalent en utilisant les modèles de Norton :.....10
 Modèle de Norton équivalent M.E.N. du dipôle vue des points A et B :.....11
 Détermination du point de fonctionnement UAB et I lorsque la charge est branchée :.....11
 Intérêt des modèle de Thévenin et de Norton équivalent :.....11
 II.3 Théorème de superposition :.....12
 II.3.1 Théorème :.....12
 II.3.2 Application du théorème de superposition :.....12
 Source E2 éteinte :.....12
 Source E1 éteinte :.....13
 Valeurs du point de fonctionnement :.....13

I Association d'un dipôle passif et d'un dipôle actifs

I.1 Point de fonctionnement :

Soit le montage suivant :



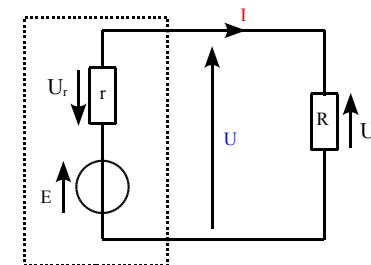
Les caractéristiques du générateur sont les suivantes :
 $E = 25,3 \text{ V}$ et $r = 0,75 \Omega$.
 La résistance $R = 33 \Omega$.

Comment déterminer les valeurs des grandeurs U et I qui sont communes au générateur et au récepteur ?

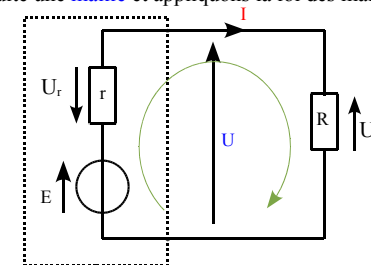
I.2 Méthode analytique ou algébrique :

On remarque que la tension U est commune au générateur et à la résistance R ; de même que l'intensité I .

Premièrement, il faut flécher toutes les tensions aux bornes de chaque dipôle du montage.



Définissons ensuite une **maille** et appliquons la loi des mailles :



Loi des mailles : $E - U_r - U_R = 0$

On ne perd pas de vue que les grandeurs cherchées sont la tension U et l'intensité I (pour trouver 2 inconnues, il faut 2 équations).

On remarque que l'équation obtenue à partir de la loi des mailles ne contient pas la grandeur I ; pour faire apparaître cette grandeur, on va utiliser la loi d'ohm pour les différentes résistance.

Aux bornes de la résistance interne r : $U_r = r \cdot I$.

Aux bornes de la résistance R : $U_R = R \cdot I$

L'équation $E - U_r - U_R = 0$ devient $E - r \cdot I - R \cdot I = 0$.

En mettant I en facteur, on obtient : $E - I(r + R) = 0$ soit :

$$I = \frac{E}{r + R}$$

Application numérique (A.N.) : $I = \frac{E}{r + R} = \frac{25,3}{0,75 + 33} = 750 \text{ mA}$

Remarque : Toutes les grandeurs doivent-être exprimée dans les unités légales [V] , [A] , [Ω]

Maintenant qu'on connaît I , on peut déterminer la tension U soit en utilisant :

- L'équation de fonctionnement du générateur : $U = E - r \cdot I$.

A.N. : $U = 25,3 - 0,75 \times 750 \cdot 10^{-3} = 24,7 \text{ V}$

- La loi d'ohm aux bornes de R : $U_R = U = R \cdot I$

A.N. : $U = 33 \times 750 \cdot 10^{-3} = 24,7 \text{ V}$

Les deux résultats doivent-être identiques.

Les valeurs obtenues sont les coordonnées du point de fonctionnement ($I = 750 \text{ mA}$, $U = 24,7 \text{ V}$) .

Ces valeurs sont uniques.

On aurait pu aussi utiliser, pour trouver les grandeurs U et I les équations de fonctionnement de chaque dipôle et résoudre le système :

Pour le générateur : $U = E - r \cdot I$

Pour la résistance R : $U = R \cdot I$

Ce qui revient à résoudre le système d'équations : $\begin{cases} U = E - R \cdot I \\ U = R \cdot I \end{cases}$

Les résultats sont les mêmes que précédemment :

$$I = \frac{E}{r + R} \text{ et}$$

$$U = R \cdot \frac{E}{r + R}$$

I.3 Méthode graphique :

Nous avons vus que pour chaque type de dipôle, nous pouvons tracer sa caractéristique $U(I)$. Traçons sur un même graphe les caractéristiques du générateur et de la résistance R . Pour cela, nous devons déterminer les coordonnées des deux points de chacune d'elle.

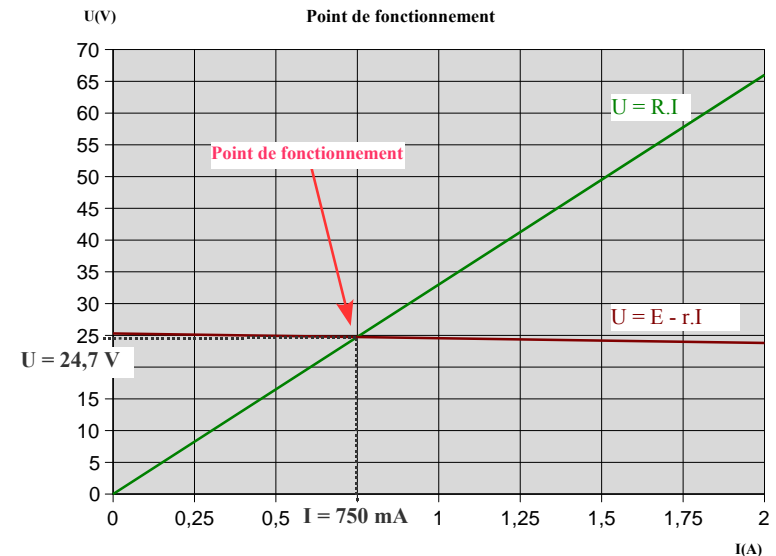
Pour le générateur, l'équation de fonctionnement est : $U = E - r \cdot I = 25,3 - 0,75 \cdot I$

Sa caractéristique $U(I)$ passe par le point $\begin{Bmatrix} I=0 & A \\ U=25,3 & V \end{Bmatrix}$ et $\begin{Bmatrix} I=2 & A \\ U=23,8 & V \end{Bmatrix}$

Pour la résistance R , l'équation de fonctionnement est : $U = R \cdot I = 33 \cdot I$

Sa caractéristique $U(I)$ passe par le point $\begin{Bmatrix} I=0 & A \\ U=0 & V \end{Bmatrix}$ et $\begin{Bmatrix} I=2 & A \\ U=66 & V \end{Bmatrix}$

Traçons dans un même repère ces deux caractéristiques :



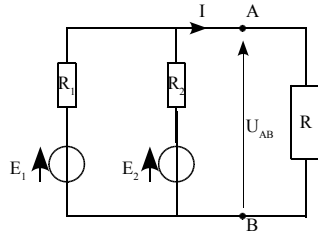
On remarque que les deux caractéristiques se coupent en un unique point : c'est le point de fonctionnement du montage.

Graphiquement, nous trouvons $\begin{cases} I = 750 \text{ mA} \\ U = 24,7 \text{ V} \end{cases}$

II Association de plusieurs dipôles actifs et passifs :

II.1 Comment trouver le point de fonctionnement d'un montage comportant plusieurs dipôles ?

Étudions le montage suivant :

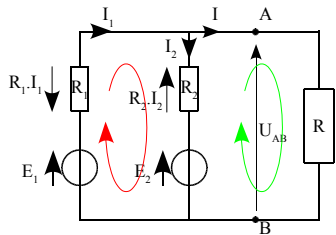


$$E_1 = 15 \text{ V} ; R_1 = 10 \Omega$$

$$E_2 = 5 \text{ V} ; R_2 = 20 \Omega$$

$$R = 30 \Omega$$

Comment déterminer les valeurs de U_{AB} et de I ?



Dans le montage, il y a plusieurs inconnues :
les intensités I , I_1 et I_2 .

La tension U_{AB} .

Au total, il y a 4 inconnues donc il nous faut au moins 4 équations pour résoudre le système.

Nous pouvons déjà établir les équations des différentes mailles :

Maille extérieure (non-représentée) :

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 - U_{AB} = 0$$

Maille rouge :

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - E_2 = 0$$

Maille verte :

$$E_2 + R_2 \cdot I_2 - U_{AB} = 0$$

Et pour finir, l'équation du noeuds : $I_1 = I + I_2$

Il faut maintenant de résoudre le système :

$$\begin{cases} E_1 - R_1 \cdot I_1 - U_{AB} = 0 \\ E_1 - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - E_2 = 0 \\ E_2 + R_2 \cdot I_2 - U_{AB} = 0 \\ I_1 = I + I_2 \end{cases}$$

On constate qu'en utilisant les lois fondamentales du courant continu, il est difficile de déterminer les coordonnées du point de fonctionnement U_{AB} et I .

(Calculs longs)

II.2 Théorème de Thévenin et de Norton :

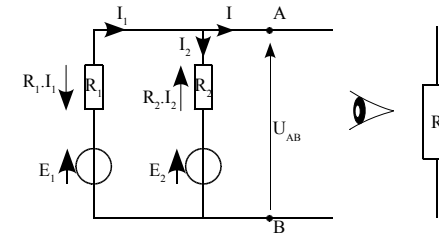
II.2.1 Théorème :

Tout circuit ne comportant que des dipôles actifs et passifs linéaires peut-être remplacé par un dipôle actifs linéaire qui peut-être un modèle équivalent de Thévenin (M.E.T.) ou un modèle équivalent de Norton (M.E.N.).

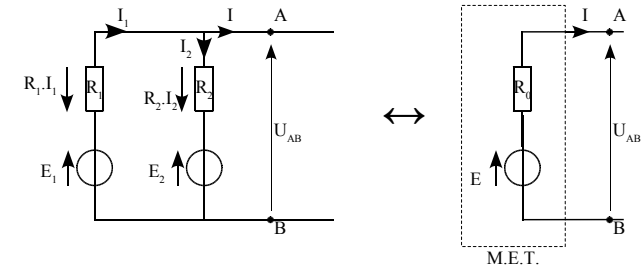
II.2.2 Détermination du modèle équivalent de Thévenin :

Dans notre exemple, nous allons chercher le M.E.T. du dipôle vu des points A et B :

1^{er}ement : On isole le dipôle AB.



2^{ème}ment : On cherche le M.E.T. du dipôle AB, c'est-à-dire la f.e.m. E et la résistance interne R_0 du modèle :



avec :

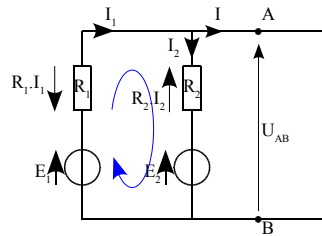
E : tension à vide U_{AB} déterminée lorsque l'intensité $I = 0$.

R_0 : Résistance équivalente lorsque les sources de tensions sont éteintes.

Remarque : Une source de tension éteinte est remplacé par un court-circuit.

Détermination de la f.e.m. E du M.E.T.

Nous déterminons la tension U_{AB} lorsque $I = 0$:



D'après la loi des noeuds :

$$I_1 = I + I_2 \text{ or, } I = 0 \text{ d'où :}$$

$$I_1 = I_2.$$

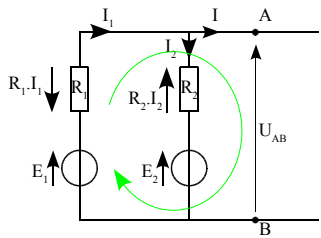
L'équation de la **maille bleue** donne :

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 - E_2 = 0 \text{ et comme } I_1 = I_2 \text{ alors :}$$

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_1 - E_2 = 0 \quad (I)$$

de l'équation (I), on en déduit que : $I_1 = I_2 = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2}$

On établit une relation entre la tension U_{AB} (= E) et les éléments du montage (maille verte) :



Maille verte : $E_1 - R_1 \cdot I_1 - U_{AB} = 0$ soit :

$$U_{AB} = E_1 - R_1 \cdot I_1$$

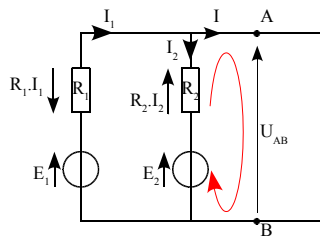
On remplace I_1 par son expression trouvée précédemment :

$$U_{AB} = E_1 - R_1 \cdot \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} \text{ ce qui donne, en simplifiant :}$$

$$U_{AB} = E = \frac{E_1 \cdot R_2 + E_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

Application numérique : $U_{AB} = E = \frac{E_1 \cdot R_2 + E_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{15 \times 20 + 5 \times 10}{10 + 20} = 11,7 \text{ V}$

Remarque : On aurait aussi pu prendre la maille rouge pour déterminer la f.e.m. E :



Maille rouge : $E_2 + R_2 \cdot I_2 - U_{AB} = 0$ soit :

$$U_{AB} = E_2 + R_2 \cdot I_2$$

On remplace I_1 par son expression trouvée précédemment :

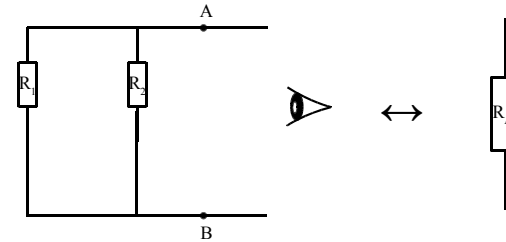
$$U_{AB} = E_2 + R_2 \cdot \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} \text{ ce qui donne, en simplifiant :}$$

$$U_{AB} = E = \frac{E_1 \cdot R_2 + E_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2}$$

Nous retrouvons la même expression que précédemment.

Détermination de la résistance R_0 de M.E.T. :

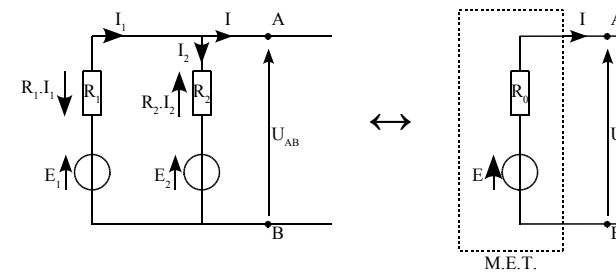
On court-circuite les sources de tension et on détermine la résistance équivalente vue des points A et B du M.E.T.



La résistance $R_{AB} = R_0$ vue des points A et B est la résistance équivalente à R_1 branchée en parallèle avec R_2 soit :

$$R_{AB} = R_0 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \text{ Application numérique : } R_{AB} = R_0 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \times 20}{10 + 20} = 6,67 \text{ } \Omega$$

Modèle de Thévenin équivalent M.E.T. du dipôle vue des points A et B :

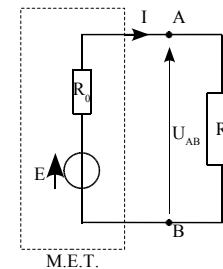


Caractéristiques du M.E.T. :

$$E = 11,7 \text{ V et}$$

$$R_0 = 6,67 \text{ } \Omega$$

Détermination du point de fonctionnement du montage U_{AB} et I lorsque R est branchée :



En appliquant le diviseur de tension, on détermine la tension

$$U_{AB} : U_{AB} = \frac{R}{R + R_0} \cdot E$$

$$\text{A.N. : } U_{AB} = \frac{30}{30 + 6,67} \times 11,7 = 9,54 \text{ V}$$

On détermine la valeur de I en utilisant la loi d'ohm :

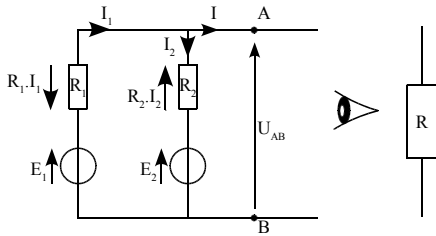
$$U_{AB} = R \cdot I \Rightarrow I = \frac{U_{AB}}{R}$$

$$\text{A.N. : } I = \frac{9,54}{30} = 318 \text{ mA}$$

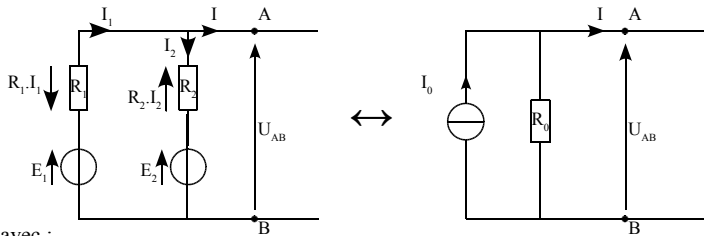
II.2.3 Détermination du modèle de Norton équivalent :

Nous reprenons notre exemple et nous allons chercher le M.E.N. du dipôle vue des points A et B :

1^{er}ement : On isole le dipôle AB.



2^{ème}ment : On cherche le M.E.N. du dipôle AB, c'est-à-dire la source de courant I_0 et la résistance interne R_0 du modèle :



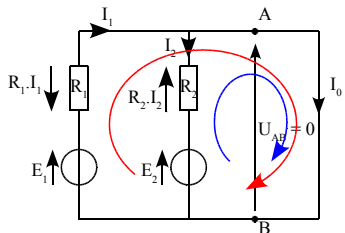
avec :

I_0 : Intensité de court-circuit qui circule en A et B.

R_0 : Résistance équivalente lorsque les sources de courant sont éteintes.

Détermination de l'intensité de court-circuit I_0 du modèle de Norton équivalent :

On détermine I_0 en court-circuitant les bornes A et B et on détermine l'intensité qui traverse cette branche.



Les points A et B sont reliés donc $U_{AB} = 0$.

La loi des noeuds donne : $I_1 = I_0 + I_2$.

Maille rouge :

$$E_1 - R_1 \cdot I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1}{R_1}$$

Maille bleue :

$$E_2 + R_2 \cdot I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = -\frac{E_2}{R_2}$$

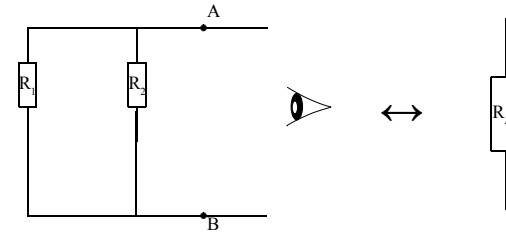
On en déduit que

$$I_0 = I_1 - I_2 = \frac{E_1}{R_1} - \left(-\frac{E_2}{R_2}\right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}$$

Application numérique : $I_0 = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} = \frac{15}{10} + \frac{5}{20} = 1,75 \text{ A}$

Détermination de la résistance équivalent R_0 :

De la même façon que précédemment, on éteint les sources de tensions pour déterminer la résistance R_0 :



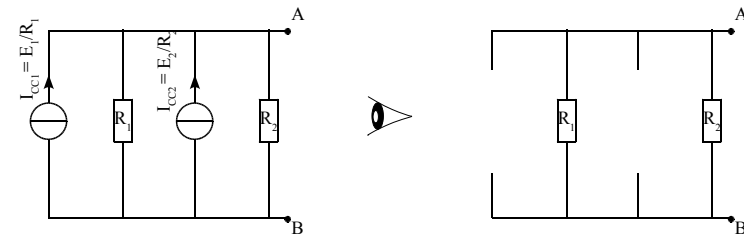
La résistance $R_{AB} = R_0$ vue des points A et B est la résistance équivalente à R_1 branchée en parallèle avec R_2 soit :

$$R_{AB} = R_0 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{Application numérique : } R_{AB} = R_0 = \frac{10 \times 20}{10 + 20} = 6,67 \text{ } \Omega$$

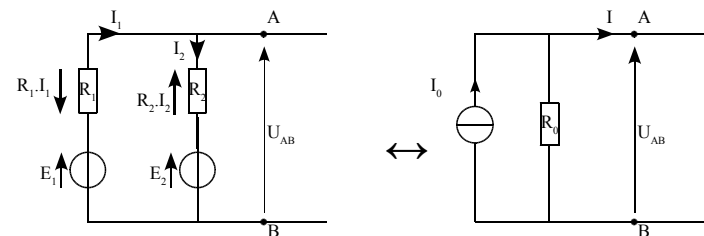
Remarque importante concernant la résistance équivalent en utilisant les modèles de Norton :

On aurait pu remplacé le M.E.T. de chaque source de tension par son M.E.N. :

Pour déterminer la résistance vue des points A et B, on débranche les sources courant (circuit ouvert) et alors, vu des points A et B, on voit les résistance R_1 et R_2 branchées en parallèle.

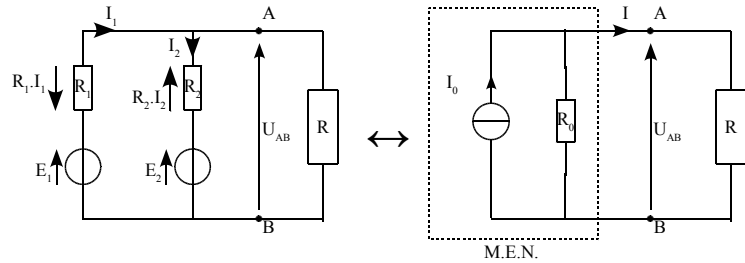


Modèle de Norton équivalent M.E.N. du dipôle vue des points A et B :



Avec $I_0 = 1,75 \text{ A}$ et $R_0 = 6,67 \text{ } \Omega$

Détermination du point de fonctionnement U_{AB} et I lorsque la charge est branchée :



On détermine l'intensité I en utilisant le diviseur de courant :

$$I = \frac{R_0}{R_0 + R} \cdot I_0 \quad \text{A.N.:} \quad I = \frac{6,67}{6,67 + 30} \times 1,75 = 318 \text{ mA}$$

La tension U_{AB} est déterminée en utilisant la loi d'ohm :

$$U_{AB} = R \cdot I \quad \text{A.N.:} \quad U_{AB} = 30 \times 318 \cdot 10^{-3} = 9,54 \text{ V}$$

Nous retrouvons bien les valeurs obtenues précédemment.

Intérêt des modèles de Thévenin et de Norton équivalent :

Nous avons remarqué que l'utilisation des modèles équivalents permet de simplifier les montages pour déterminer les valeurs du point de fonctionnement.

Selon les exercices, certains modèles sont plus faciles à déterminer que d'autres; c'est pourquoi il ne faut pas hésiter à passer d'un M.E.N à un M.E.T. et vice-versa.

II.3 Théorème de superposition :

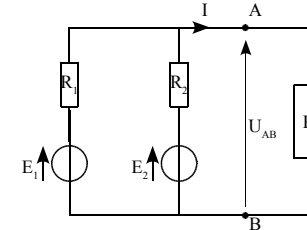
II.3.1 Théorème :

Dans un circuit électrique comportant plusieurs générateurs

- La tension entre deux points A et B d'un circuit électrique est égale à la somme des tensions obtenues entre les deux points lorsque chaque générateur fonctionne seul.
- L'intensité du courant dans la branche AB est égale à la somme des intensités circulant dans chaque branche lorsque chaque source agit seule.

II.3.2 Application du théorème de superposition :

Reprenons le montage étudié précédemment :



$$E_1 = 15 \text{ V}; R_1 = 10 \Omega$$

$$E_2 = 5 \text{ V}; R_2 = 20 \Omega$$

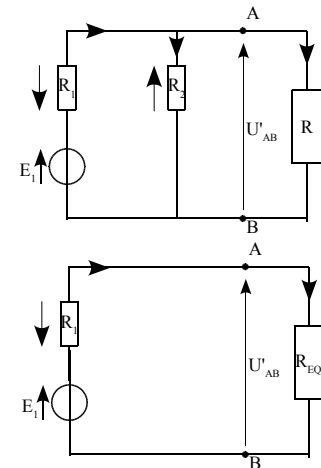
$$R = 30 \Omega$$

Pour connaître les valeurs du point de fonctionnement, nous allons éteindre successivement des sources de tension et déterminer les intensités qui circulent dans la branche AB.

Source E_2 éteinte :

Tous les calculs dans cette partie seront affectés du signe « ' ».

Le schéma équivalent est :



Pour déterminer la tension U'_{AB} , on cherche la résistance équivalente à $(R_2 // R)$:

$$R_{EQ}' = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 + R} \quad \text{A.N.:} \quad R_{EQ}' = \frac{20 \times 30}{20 + 30} = 12 \Omega$$

U'_{AB} est déterminée en utilisant le diviseur de tension :

$$U'_{AB} = \frac{R_{EQ}'}{R_{EQ}' + R_1} \cdot E_1 \quad \text{A.N.:}$$

$$U'_{AB} = \frac{12}{12 + 10} \times 15 = 8,18 \text{ V}$$

L'intensité I'_1 est donnée par la loi d'ohm :

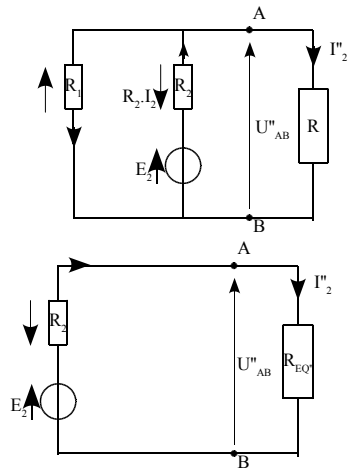
$$U'_{AB} = R \cdot I'_1 \Rightarrow I'_1 = \frac{U'_{AB}}{R}$$

$$\text{A.N.:} \quad I'_1 = \frac{8,18}{30} = 273 \text{ mA}$$

Source E_1 éteinte :

Le schéma équivalent est :

Tous les calculs dans cette partie seront affectés du signe « " ».



Pour déterminer la tension U''_{AB} , on cherche la résistance équivalente à $(R_1 // R)$:

$$R_{EQ}'' = \frac{R_1 \cdot R}{R_1 + R} \quad \text{A.N.:} \quad R_{EQ}'' = \frac{10 \times 30}{10 + 30} = 7,5 \, \Omega$$

U''_{AB} est déterminée en utilisant le diviseur de tension :

$$U''_{AB} = \frac{R_{EQ}''}{R_{EQ}'' + R_2} \cdot E_2 \quad \text{A.N.:}$$

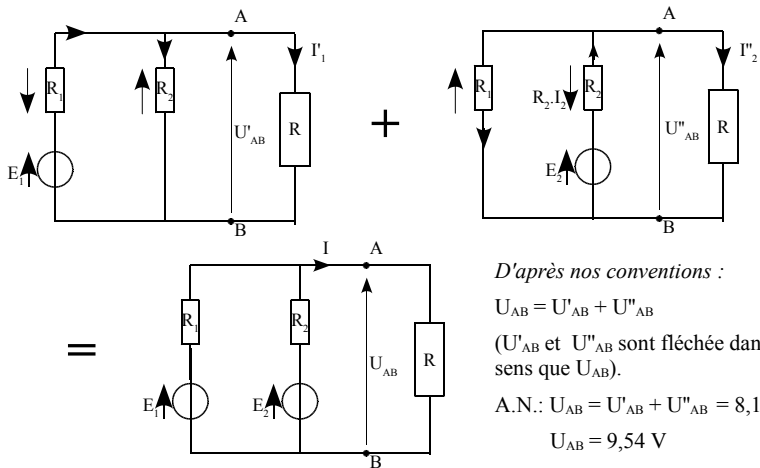
$$U''_{AB} = \frac{7,5}{7,5 + 20} \times 5 = 1,36 \, V$$

L'intensité I''_2 est donnée par la loi d'ohm :

$$U''_{AB} = R \cdot I''_2 \Rightarrow I''_2 = \frac{U''_{AB}}{R}$$

$$\text{A.N.:} \quad I''_2 = \frac{1,36}{30} = 45 \, mA$$

Valeurs du point de fonctionnement :



D'après nos conventions :

$$U_{AB} = U'_{AB} + U''_{AB}$$

(U'_{AB} et U''_{AB} sont fléchées dans le même sens que U_{AB}).

$$\text{A.N.:} \quad U_{AB} = U'_{AB} + U''_{AB} = 8,18 + 1,36$$

$$U_{AB} = 9,54 \, V$$

$I = I_1 + I''_2$ (I_1 et I''_2 sont fléchées dans le même sens que I)

$$I = 273 + 45 = 318 \, mA$$