Expressions des différentes grandeurs pour les convertisseurs statiques

RAPPELS MATHÉMATIQUES:

Pour un signal périodique $s(t)=S_{MAX}\sin(\omega t)$ de période temporelle T ,

la valeur efficace S est donnée par l'expression : $S^2=\frac{1}{T}\int_{(T)} s^2(t)\cdot dt$

la valeur moyenne <s> est donnée par l'expression $\langle s\rangle=\frac{1}{T}\int_{(T)} s(t)\cdot dt$

La pulsation d'un signal est $\omega=2\pi f$ et $f=\frac{1}{T}$ $\Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T}$ soit $\omega T=2\pi$.

En posant $\theta=\omega t$, le signal $s(\theta)=S_{MAX}\sin(\theta)$ a pour période angulaire 2π .

la valeur efficace S est donné par l'expression : $S^2=\frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)} s^2(\theta)\cdot d\theta$

la valeur moyenne <s> est donnée par l'expression $\langle s\rangle=\frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)} s(\theta)\cdot d\theta$

Formules utiles de trigonométrie :

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$ $\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$
$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$ $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\sin b\cos a$

$\cos^2 a+\sin^2 a=1$
$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$ $\cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2}$ $\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}$

Dérivées et primitives de quelques fonctions :

Dérivée	***Fonction***	***Primitive***
$\frac{d(t)}{dt}=1$	t	$\int t\cdot dt=\frac{t^2}{2}+cste$
$\frac{d(\cos\theta)}{d\theta}=-\sin\theta$	$\cos\theta$	$\int \cos\theta\cdot d\theta=\sin\theta+cste$
$\frac{d(\cos(a\theta))}{d\theta}=-a\cdot\sin(a\theta)$	$\cos(a\theta)$	$\int \cos(a\theta)\cdot d\theta=\frac{1}{a}\sin(a\theta)+cste$
$\frac{d(\sin\theta)}{d\theta}=\cos\theta$	$\sin\theta$	$\int \sin\theta\cdot d\theta=-\cos\theta+cste$
$\frac{d(\sin(a\theta))}{d\theta}=a\cdot\cos(a\theta)$	$\sin(a\theta)$	$\int \sin(a\theta)\cdot d\theta=-\frac{1}{a}\cos(a\theta)+cste$
$\frac{d(\cos\omega t)}{dt}=-\omega\sin(\omega t)$	$\cos(\omega t)$	$\int \cos(\omega t)\cdot dt=\frac{1}{\omega}\sin(\omega t)+cste$
$\frac{d(\cos\omega t)}{dt}=\omega\cos(\omega t)$	$\sin(\omega t)$	$\int \sin(\omega t)\cdot dt=-\frac{1}{\omega}\cos(\omega t)+cste$

LE PONT TOUT DIODES MONOPHASÉ (courbes données en annexe 1) :

On considère que le courant dans la charge i_C est parfaitement lissé grâce à la bobine de lissage L.

Le pont est alimenté par une tension alternative sinusoïdale u(θ) d'équation

$u(\theta)=U_{MAX}\sin(\theta)$ avec $U_{MAX}=U\sqrt{2}$

U : valeur efficace de la tension d'alimentation du pont.

La tension $u_C(t)$ aux bornes de la charge a :

pour période angulaire π et

pour expression $u_C(\theta)=U_{MAX}\sin(\theta)$ pour $0\leq\theta<\pi$.

On exprime les expressions de la tension moyenne et efficace à la sortie du pont en fonction de la tension efficace de la tension d'entrée, supposée parfaitement connue.

Valeur moyenne de la tension $u_C(t)$:

La tension $u_C(t)$ a pour période π d'où :

$$\langle u_C\rangle=\frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)} u_C(\theta)\cdot d\theta \quad = \quad \langle u_C\rangle=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} U_{MAX}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} U_{MAX}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{U_{MAX}}{\pi}\int_0^{\pi}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{U_{MAX}}{\pi}[-\cos\theta]_0^{\pi}=\frac{U_{MAX}}{\pi}[-\cos(\pi)-(-\cos(0))]=\frac{U_{MAX}}{\pi}(1+1) \text{ soit :}$$

La valeur moyenne $\langle u_C\rangle$ à la sortie du pont de diodes a pour expression :

$$\langle u_C\rangle=\frac{2\cdot U_{MAX}}{\pi} \quad \text{avec} \quad U_{MAX}=U\cdot\sqrt{2} \ .$$

On mesure la tension moyenne avec un voltmètre position DC.

Valeur efficace de la tension $u_C(t)$:

$$U_C^2=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} u_C^2(\theta)\cdot d\theta$$

$$U_C^2=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} U_{MAX}^2\sin^2\theta\cdot d\theta$$

On linéarise $\sin^2\theta$:

$$\sin^2\theta=\frac{1-\cos 2\theta}{2} \quad \text{d'où :}$$

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2}-\frac{\cos 2\theta}{2}\right)\cdot d\theta=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\int_0^{\pi}(1-\cos 2\theta)\cdot d\theta$$

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\left(\theta-\frac{1}{2}\sin 2\theta\right)_0^{\pi}=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\left((\pi-\frac{1}{2}\sin(2\times 0))-(0-\frac{1}{2}\sin(2\pi))\right)$$

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}(\pi)=\frac{U_{MAX}^2}{2}=\frac{(U\sqrt{2})^2}{2}=U^2 \quad \text{d'où}$$

La valeur efficace U_c à la sortie du pont de diodes est $\mathbf{U_C = U}$.

On mesure la tension efficace U_C avec un voltmètre position AC + DC.

Valeur moyenne et efficace de l'intensité $i_C(t)$ circulant dans la charge :

L'intensité du courant électrique étant considéré comme parfaitement lissé, sa valeur est constante et $i_C(t)=I_C$. (C'est la charge qui impose le courant).

On en déduit que la valeur moyenne de l'intensité $i_C(t)$ est égale à sa valeur efficace I_C.

$$\langle i_C\rangle = I_C$$

On mesure la valeur moyenne de l'intensité avec un ampèremètre en position DC.

On mesure la valeur efficace de l'intensité avec un ampèremètre en position AC + DC.

Valeur moyenne est efficace de l'intensité i(t) à l'entrée du pont tout diodes :

L'intensité i(t) a pour expression :

$i(t)=I_C$ pour $0 \le t < \frac{T}{2}$ et

$i(t)=-\ I_C$ pour $\frac{T}{2} \le t < T$

La valeur moyenne <i> a pour expression :

$$\langle i\rangle=\frac{1}{T}\int_0^T i(t)\cdot dt=\frac{1}{T}\left(\int_0^{\frac{T}{2}} I_C\cdot dt+\int_{\frac{T}{2}}^{T}(-I_C)\cdot dt\right)=\frac{I_C}{T}\left(\int_0^{T/2} 1\cdot dt-\int_{T/2}^{T} 1\cdot dt\right)=0$$

La valeur moyenne du courant <i> = 0.

La valeur efficace I a pour expression :

$$I^2=\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\cdot dt$$

$$I^2=\frac{1}{T}\left(\int_0^{T/2} I_C^2\cdot dt+\int_{T/2}^{T}(-I_C)^2\cdot dt\right)=\frac{1}{T}\left(\int_0^{T/2} I_C^2\cdot dt+\int_{T/2}^{T} I_C^2\cdot dt\right)=\frac{I_C^2}{T}\left(\int_0^{T/2} 1\cdot dt+\int_{T/2}^{T} 1\cdot dt\right)$$

$$I^2=\frac{I_C^2}{T}\left(\int_0^{T} 1\cdot dt\right)=\frac{I_C^2}{T}(t)_0^T=\frac{I_C^2}{T}(T-0)=I_C^2$$

On en déduit que l'intensité **I = I_C**.

Puissance moyenne disponible à la sortie du pont tout diodes :

Par définition, la puissance P disponible à la sortie du pont est :

$P=\langle p\rangle=\langle u_C\cdot i_C\rangle=\langle u_C\rangle\cdot\langle i_C\rangle$

or, $\langle u_C\rangle=\frac{2\cdot U_{MAX}}{\pi}$ et $\langle i_C\rangle=I_C$ d'où

$P=\frac{2\cdot U\sqrt{2}}{\pi}\cdot I_C$

Puissance apparente S à l'entrée du pont :

Par définition, la puissance apparente est définie par : S = U.I

Facteur de puissance k (ou fp) du pont tout diodes monophasé :

$k=\frac{P}{S}=\frac{\langle u_C\rangle\langle i_C\rangle}{U\cdot I}$ or, $\langle i_C\rangle=I_C$ et $I=I_C$ d'où :

$k=\frac{P}{S}=\frac{\langle u_C\rangle}{U}=\frac{2\cdot U\sqrt{2}}{\pi\cdot U}$. Le facteur de puissance du pont tout diodes est constant.

$k=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\approx 0{,}90$

Tensions et intensités pour les diodes :

En observant les oscillogrammes de l'annexe 1, on remarque qu'une diode :

doit supporter la tensions inverse maximale U_{INV} = - U_{MAX} et que la tension aux bornes d'une diode est soit négative (diode bloquée) soit nulle (diode passante).

la valeur moyenne de la tension aux bornes d'une diode

Pour la diode D_1 par exemple:

$$\langle u_{D1}\rangle=\frac{1}{T}\int_{(T)} u_{D1}(t)\cdot dt$$

avec $u_{D1}(t)=0$ pour $0\le t<T/2$

$u_{D1}(t)=u(t)$ pour $T/2\le t<T$

Ainsi, $\langle u_{D1}\rangle=\frac{1}{T}\int_{(T)} u_{D1}(t)\cdot dt=\frac{1}{T}\left(\int_0^{T/2} 0\cdot dt+\int_{T/2}^{T} U_{MAX}\sin(\omega t)\right)$

$$\langle u_{D1}\rangle=\frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} U_{MAX}\sin(\omega t)\cdot dt=\frac{U_{MAX}}{T}\left(-\frac{\cos(\omega t)}{\omega}\right)_{T/2}^{T}$$

$$\langle u_{D1}\rangle=\frac{U_{MAX}}{T\,\omega}\left(-\cos(\omega T)+(\cos(\omega\frac{T}{2}))\right)$$

Comme $\omega T=2\pi$, alors $\langle u_{D1}\rangle=\frac{U_{MAX}}{2\pi}\left(-\cos(2\pi)+(\cos(\frac{2\pi}{2}))\right)=\frac{U_{MAX}}{2\pi}(-1-1)$

d'où l'expression de la tension moyenne aux bornes d'une diode :

$$\langle u_D\rangle=\frac{-U_{MAX}}{\pi}$$

En appliquant le même raisonnement, on montre que le courant moyen qui traverse une diode est : $\langle i_D\rangle=\frac{\langle i_C\rangle}{2}$

Ces grandeurs; tension inverse, courant moyen servent à dimensionner les diodes.

LE PONT TOUT THYRISTORS MONOPHASÉ (courbes données en annexe 2) :

On considère que le courant dans la charge i_C est parfaitement lissé grâce à la bobine de lissage L et est positif.

Le pont est alimenté par une tension alternative sinusoïdale u(θ) d'équation

$u(\theta)=U_{MAX}\sin(\theta)$ avec $U_{MAX}=U\sqrt{2}$

U : valeur efficace de la tension d'alimentation du pont.

On définit α l'angle d'amorçage des thyristors et $t_0=\dfrac{\alpha}{\omega}$ l'instant d'amorçage des thyristors.

La tension $u_C(\theta)$ aux bornes de la charge a :

pour période angulaire π et

pour expression $u_C(\theta)=U_{MAX}\sin(\theta)$ pour $\alpha\leq\theta<\pi+\alpha$.

Pour simplifier les calculs, on prend t_0 comme origine des temps.

On exprime les expressions de la tension moyenne et efficace à la sortie du pont en fonction de la tension efficace de la tension d'entrée, supposée parfaitement connue.

Valeur moyenne de la tension $u_C(t)$:

La tension $u_C(t)$ a pour période π d'où :

$$\langle u_C\rangle=\frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)}u_C(\theta)\cdot d\theta \quad = \quad \langle u_C\rangle=\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}U_{MAX}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}U_{MAX}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{U_{MAX}}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{U_{MAX}}{\pi}[-\cos\theta]_{\alpha}^{\pi+\alpha}=\frac{U_{MAX}}{\pi}[-\cos(\pi+\alpha)-(-\cos(\alpha))]=\frac{U_{MAX}}{\pi}(\cos\alpha+\cos\alpha) \quad \text{soit}$$

:

La valeur moyenne $\langle u_C\rangle$ à la sortie du pont tout thyristors a pour expression :

$$\langle u_C\rangle=\frac{2\cdot U_{MAX}}{\pi}\cdot\cos\alpha \quad \text{avec} \quad U_{MAX}=U\cdot\sqrt{2} \quad \text{et} \quad 0\leq\alpha\leq180°$$

Remarque :

Pour $\alpha\leq 90°$, $\langle u_C\rangle\geq 0$ le pont tout thyristors fonctionne en redresseur.

Pour $90°<\alpha\leq 180°$, $\langle u_C\rangle<0$ le pont tout thyristors fonctionne en onduleur assisté.

On mesure la tension moyenne avec un voltmètre position DC.

Valeur efficace de la tension $u_C(t)$:

$$U_C^2=\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}u_C^2(\theta)\cdot d\theta$$

$$U_C^2=\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}U_{MAX}^2\sin^2\theta\cdot d\theta$$

On linéarise $\sin^2\theta$:

$$\sin^2\theta=\frac{1-\cos 2\theta}{2} \quad \text{d'où :}$$

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}\left(\frac{1}{2}-\frac{\cos 2\theta}{2}\right)\cdot d\theta=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha}(1-\cos 2\theta)\cdot d\theta$$

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\left(\theta-\frac{1}{2}\sin 2\theta\right)_{\alpha}^{\pi+\alpha}=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\left((\pi+\alpha-\frac{1}{2}\sin(2(\pi+\alpha))-(\alpha-\frac{1}{2}\sin(2\alpha))\right)$$

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}(\pi)=\frac{U_{MAX}^2}{2}=\frac{(U\sqrt{2})^2}{2}=U^2 \quad \text{d'où}$$

La valeur efficace U_c à la sortie du pont de diodes est **U_C = U**.

On mesure la tension efficace U_C avec un voltmètre position AC + DC.

Valeur moyenne et efficace de l'intensité $i_C(t)$ circulant dans la charge :

L'intensité du courant électrique étant considéré comme parfaitement lissé, sa valeur est constante et $i_C(t)=I_C$. (C'est la charge qui impose le courant).

On en déduit que la valeur moyenne de l'intensité $i_C(t)$ est égale à sa valeur efficace I_C.

$\langle i_C\rangle = I_C$

On mesure la valeur moyenne de l'intensité avec un ampèremètre en position DC.

On mesure la valeur efficace de l'intensité avec un ampèremètre en position AC + DC.

Valeur moyenne est efficace de l'intensité i(t) à l'entrée du pont tout thyristors :

L'intensité i(t) a pour expression :

$$i(t)=I_C \quad \text{pour} \quad t_0 \leq t < \frac{T}{2}+t_0 \quad \text{avec} \quad t_0=\frac{\alpha}{\omega} \quad \text{et}$$

$$i(t)=-\ I_C \quad \text{pour} \quad \frac{T}{2}+t_0 \leq t < T+t_0$$

La valeur moyenne <i> a pour expression :

$$\langle i\rangle=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{T+t_0} i(t)\cdot dt=\frac{1}{T}\left(\int_{t_0}^{\frac{T}{2}+t_0} I_C\cdot dt+\int_{\frac{T}{2}+t_0}^{T+t_0}(-I_C)\cdot dt\right)=\frac{I_C}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2\ +t_0} 1\ \cdot dt-\int_{T/2+t_0}^{T+t_0} 1\ \cdot dt\right)=0$$

<i> = 0

La valeur moyenne du courant <i> = 0.

La valeur efficace I a pour expression :

$$I^2=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{T+t_0} i^2(t)\cdot dt$$

$$I^2=\frac{1}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2+t_0} I_C^2\cdot dt+\int_{T/2+t_0}^{T+t_0}(-I_C)^2\cdot dt\right)=\frac{1}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2+t_0} I_C^2\cdot dt+\int_{T/2+t_0}^{T+t_0} I_C^2\cdot dt\right)=\frac{I_C^2}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2+t_0} 1\ \cdot dt+\int_{T/2+t_0}^{T+t_0} 1\ \cdot dt\right)$$

$$I^2=\frac{I_C^2}{T}\left(\int_{t_0}^{T+t_0} 1\ \cdot dt\right)=\frac{I_C^2}{T}\left(t\right)_{t_0}^{T+t_0}=\frac{I_C^2}{T}\left(T+t_0-t_0\right)=I_C^2$$

On en déduit que l'intensité **$I = I_C$**.

Puissance moyenne disponible à la sortie du pont tout thyristors :

Par définition, la puissance P disponible à la sortie du pont est :

$$P=\langle p\rangle=\langle u_C\cdot i_C\rangle=\langle u_C\rangle\cdot\langle i_C\rangle$$

or, $\langle u_C\rangle=\frac{2\ \cdot U_{MAX}}{\pi}\cdot\cos\alpha$ et $\langle i_C\rangle=I_C$ d'où

$$P=\frac{2\ \cdot U\sqrt{2}}{\pi}\cdot\cos\alpha\cdot I_C$$

Puissance apparente S à l'entrée du pont :

Par définition, la puissance apparente est définie par : S = U.I

Facteur de puissance k (ou fp) du pont tout thyristors monophasé :

$k=\frac{P}{S}=\frac{\langle u_C\rangle\langle i_C\rangle}{U\cdot I}$ or, $\langle i_C\rangle=I_C$ et $I=I_C$ d'où :

$$k=\frac{P}{S}=\frac{\langle u_C\rangle}{U}=\frac{2\ \cdot U\sqrt{2}}{\pi\cdot U}\ .$$

Le facteur de puissance du pont tout thyristors est $k=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\cdot\cos\alpha$

LE PONT MIXTE MONOPHASÉ (courbes données en annexe 3) :

On considère que le courant dans la charge i_C est parfaitement lissé grâce à la bobine de lissage L et est positif.

Le pont est alimenté par une tension alternative sinusoïdale u(θ) d'équation

$u(\theta)=U_{MAX}\sin(\theta)$ avec $U_{MAX}=U\sqrt{2}$

U : valeur efficace de la tension d'alimentation du pont.

On définit α l'angle d'amorçage des thyristors et $t_0=\frac{\alpha}{\omega}$ l'instant d'amorçage des thyristors.

La tension $u_C(\theta)$ aux bornes de la charge a :

pour période angulaire π et

pour expression : $u_C(\theta)=0$ pour $0\le\theta<\alpha$.

$u_C(\theta)=U_{MAX}\sin(\theta)$ pour $\alpha\le\theta<\pi$.

On exprime les expressions de la tension moyenne et efficace à la sortie du pont en fonction de la tension efficace de la tension d'entrée, supposée parfaitement connue.

Valeur moyenne de la tension $u_C(t)$:

La tension $u_C(t)$ a pour période π d'où :

$$\langle u_C\rangle=\frac{1}{2\pi}\int_{(2\pi)}u_C(\theta)\cdot d\theta \quad = \quad \langle u_C\rangle=\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi}U_{MAX}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi}U_{MAX}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{U_{MAX}}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$\langle u_C\rangle=\frac{U_{MAX}}{\pi}[-\cos\theta]_{\alpha}^{\pi}=\frac{U_{MAX}}{\pi}[-\cos(\pi)-(-\cos(\alpha))]=\frac{U_{MAX}}{\pi}(1+\cos\alpha)$$ soit :

La valeur moyenne $\langle u_C\rangle$ à la sortie du pont tout thyristors a pour expression :

$$\langle u_C\rangle=\frac{U_{MAX}}{\pi}\cdot(1+\cos\alpha) \quad \text{avec} \quad U_{MAX}=U\cdot\sqrt{2} \quad \text{et} \quad 0\le\alpha\le 180°$$

Remarque :

Le pont mixte délivre une tension moyenne toujours positive.

On mesure la tension moyenne avec un voltmètre position DC.

Valeur efficace de la tension $u_C(t)$:

$$U_C^2=\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi}u_C^2(\theta)\cdot d\theta$$

$$U_C^2=\frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi}U_{MAX}^2\sin^2\theta\cdot d\theta$$

On linéarise $\sin^2\theta$:

$$\sin^2\theta=\frac{1-\cos 2\theta}{2}$$ d'où :

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi}\left(\frac{1}{2}-\frac{\cos 2\theta}{2}\right)\cdot d\theta=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\int_{\alpha}^{\pi}(1-\cos 2\theta)\cdot d\theta$$

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\left(\theta-\frac{1}{2}\sin 2\theta\right)_{\alpha}^{\pi}=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\left((\pi-\frac{1}{2}\sin(2(\pi))-(\alpha-\frac{1}{2}\sin(2\alpha)))\right)$$

$$U_C^2=\frac{U_{MAX}^2}{2\pi}\left((\pi-\alpha)+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)$$ d'où

La valeur efficace U_c à la sortie du pont mixte est : $U_C=U_{MAX}\sqrt{\frac{\left((\pi-\alpha)+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)}{2\pi}}$

On mesure la tension efficace U_C avec un voltmètre position AC + DC.

Valeur moyenne et efficace de l'intensité $i_C(t)$ circulant dans la charge :

L'intensité du courant électrique étant considéré comme parfaitement lissé, sa valeur est constante et $i_C(t)=I_C$. (C'est la charge qui impose le courant).

On en déduit que la valeur moyenne de l'intensité $i_C(t)$ est égale à sa valeur efficace I_C.

$$\langle i_C\rangle = I_C$$

On mesure la valeur moyenne de l'intensité avec un ampèremètre en position DC.

On mesure la valeur efficace de l'intensité avec un ampèremètre en position AC + DC.

Valeur moyenne est efficace de l'intensité i(t) à l'entrée du pont mixte :

L'intensité i(t) a pour expression :

$$i(t)=I_C \quad \text{pour} \quad t_0 \leq t < \frac{T}{2} \quad \text{avec} \quad t_0=\frac{\alpha}{\omega} \quad \text{et}$$

$$i(t)=-\ I_C \quad \text{pour} \quad \frac{T}{2}+t_0 \leq t < T$$

$$i(t)=0 \quad \text{pour} \quad 0 \leq t < t_0 \quad \text{et} \quad \frac{T}{2} \leq t < \frac{T}{2}+t_0$$

La valeur moyenne <i> a pour expression :

$$\langle i\rangle=\frac{1}{T}\int_0^T i(t)\cdot dt=\frac{1}{T}\left(\int_{t_0}^{\frac{T}{2}} I_C\cdot dt+\int_{\frac{T}{2}+t_0}^{T}(-I_C)\cdot dt\right)=\frac{I_C}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2} 1\ \cdot dt-\int_{T/2+t_0}^{T} 1\ \cdot dt\right)=0$$

<i> = 0

La valeur moyenne du courant <i> = 0.

La valeur efficace I a pour expression :

$$I^2=\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\cdot dt$$

$$I^2=\frac{1}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2} I_C^2\cdot dt+\int_{T/2+t_0}^{T}(-I_C)^2\cdot dt\right)=\frac{1}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2} I_C^2\cdot dt+\int_{T/2+t_0}^{T} I_C^2\cdot dt\right)=\frac{I_C^2}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2} 1\ \cdot dt+\int_{T/2+t_0}^{T} 1\ \cdot dt\right)$$

$$I^2=\frac{2\cdot I_C^2}{T}\left(\int_{t_0}^{T/2} 1\ \cdot dt\right)=\frac{2\cdot I_C^2}{T}(t)_{t_0}^{T/2}=\frac{2\cdot I_C^2}{T}\left(\frac{T}{2}-t_0\right)=I_C^2\left(1-2\frac{t_0}{T}\right)$$

Si on pose $t_0=\dfrac{\alpha}{\omega}$, alors $I^2=I_C^2\left(1-2\dfrac{\alpha}{\omega T}\right)=I_C^2\left(1-\dfrac{2\ \alpha}{2\ \pi}\right)=I_C^2\left(\dfrac{\pi-\alpha}{\pi}\right)$

On en déduit que l'intensité $I=I_C\sqrt{\left(\dfrac{\pi-\alpha}{\pi}\right)}$

Puissance moyenne disponible à la sortie du pont mixte :

Par définition, la puissance P disponible à la sortie du pont est :

$$P=\langle p\rangle=\langle u_C\cdot i_C\rangle=\langle u_C\rangle\cdot\langle i_C\rangle$$

or, $\langle u_C\rangle=\dfrac{U_{MAX}}{\pi}\cdot(1+\cos\alpha)$ et $\langle i_C\rangle=I_C$ d'où

$$P=\frac{U\sqrt{2}}{\pi}\cdot(1+\cos\alpha)\cdot I_C$$

Puissance apparente S à l'entrée du pont :

Par définition, la puissance apparente est définie par : S = U.I

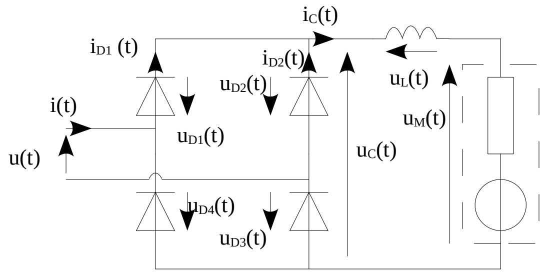
Facteur de puissance k (ou fp) du pont mixte monophasé :

$k=\dfrac{P}{S}=\dfrac{\langle u_C\rangle\langle i_C\rangle}{U\cdot I}$ or, $\langle i_C\rangle=I_C$ et $I=I_C\sqrt{\left(\dfrac{\pi-\alpha}{\pi}\right)}$ d'où :

$$k=\frac{P}{S}=\frac{\langle u_C\rangle}{U\sqrt{\left(\frac{\pi-\alpha}{\pi}\right)}}=\frac{U\sqrt{2}\,(1+\cos\alpha)}{\pi\,U\sqrt{\left(\frac{\pi-\alpha}{\pi}\right)}}=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\pi(1+\cos\alpha)^2}{\pi-\alpha}}\ .$$

Le facteur de puissance du pont tout thyristors est $k=\sqrt{2}\dfrac{(1+\cos\alpha)}{\sqrt{\pi(\pi-\alpha)}}$

Equation de fonctionnement pour la charge :



La tension à la sortie du pont est $u_C(t)$ et l'intensité est $i_C(t)$.

La bobine de lissage est suffisamment importante pour considérer l'intensité $i_C(t)$ parfaitement lissé ce qui signifie que $i_C(t) = \langle i_C \rangle = I_C$.

En appliquant la loi des mailles, on établit la relation de $u_C(t)$:

$u_C(t) = u_L(t) + u_M(t)$ soit :

$$u_C(t) = L \cdot \frac{d\ \ i_C(t)}{dt} + u_M(t)$$

Cette relation est aussi valable pour les valeurs moyenne .

$\langle u_C \rangle = \langle u_L \rangle + \langle u_M \rangle$ Soit :

$\langle u_C \rangle = \langle L \cdot \frac{d\ \ i_C}{dt} \rangle + \langle u_M \rangle$ L est une constante, on peut la sortir de la valeur moyenne.

$\langle u_C \rangle = L \cdot \langle \frac{d\ \ i_C}{dt} \rangle + \langle u_M \rangle$ On considère que le courant est parfaitement lissé (l'intensité i_C est une constante, alors $\frac{d\ \ i_C}{dt} = 0 \Rightarrow \langle \frac{d\ \ i_C}{dt} \rangle = 0$) d'où :

$$\langle u_C \rangle = \langle u_M \rangle$$

Remarque importante : L'intensité i_C n'est pas toujours parfaitement lissée mais elle est toujours périodique quelque soit sa forme.
On montre que la valeur moyenne de la dérivée d'une fonction périodique est toujours nulle.

Si s(t) est une fonction périodique de période T, $\langle \frac{d\ \ s(t)}{dt} \rangle = 0$