T.D. Le régime alternatif sinusoïdal : Les vecteurs de Fresnel.

Introduction : Une tension alternative sinusoïdale a pour équation : $u(t) : U\sqrt{2}\sin(\omega t+\phi)$

avec : $\left\{\begin{array}{l} U : valeur\ efficace\ de\ la\ tension [V] \\ U\sqrt{2} : valeur\ maximale\ de\ la\ tension [V] \\ \omega = 2\cdot\pi\ f : pulsation [rad\cdot s^{-1}] \\ \phi : phase\ à\ l'origine [rad] \end{array}\right\}$.

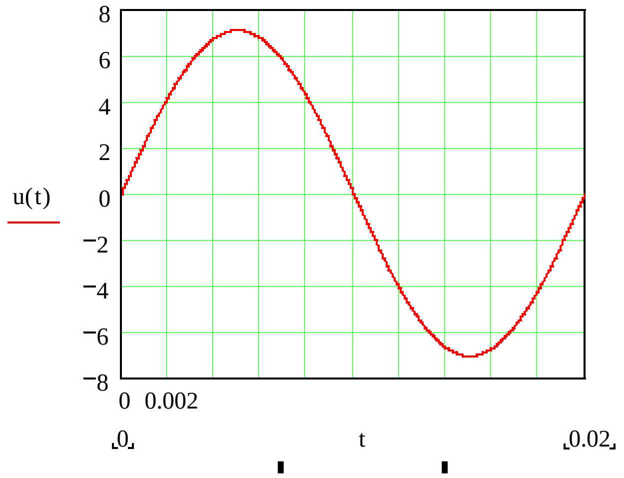
: Toute tension alternative sinusoïdale a une valeur moyenne nulle.

On mesure la tension moyenne avec un ___________ ____________ en position ___ . Pour une tension alternative sinusoïdale u(t), l'appareil de mesure indique une tension moyenne <u> = ____

On mesure la tension efficace avec un ____________ ____________ en position ___ + ___ .

Représentation temporelle de tensions alternatives sinusoïdales:

Exemple n°1 : Le signal $u(t) = 4{,}95\sqrt{2}\sin(2\cdot\pi\cdot 50\cdot t)$ a pour représentation temporelle :



A partir de l'équation de u(t), on détermine :

L'amplitude de u(t) : U_{MAX} = _____ V.

La valeur efficace : U = ______ V.

La période T = _____ _s.

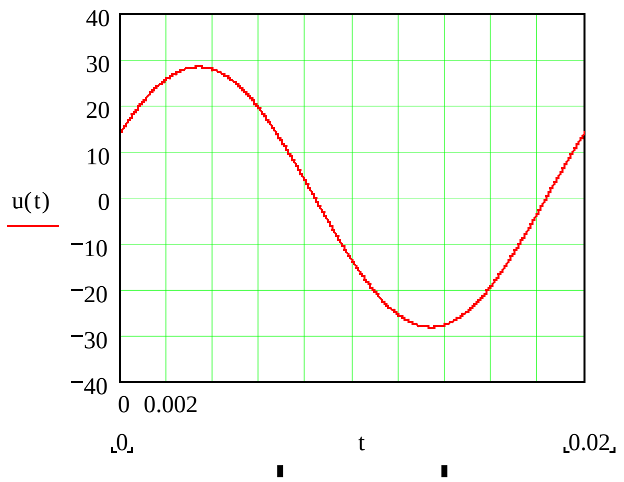
La fréquence f = ____ Hz.

La pulsation $\omega = 2\times\pi\times$ ___ =________ rad/s

La phase à l'origine ϕ = ___ ° = ____ rad et la valeur de la tension u(t) à l'origine des temps (t = 0) est:

$u(0) =$ ____ $\cdot\sqrt{2}\sin(2\cdot\pi\cdot 50\times$ __ + ___ $) =$ ____ V.

Exemple n°2 : Le signal $u(t) = 28{,}3\sin(314\cdot t+\frac{\pi}{6})$ a pour représentation temporelle :



A partir de l'équation de u(t), on détermine :

L'amplitude de u(t) : U_{MAX} = _____ V.

La valeur efficace : U = _____ $/\sqrt{2}$ = ______ V.

La période T = _____ _s.

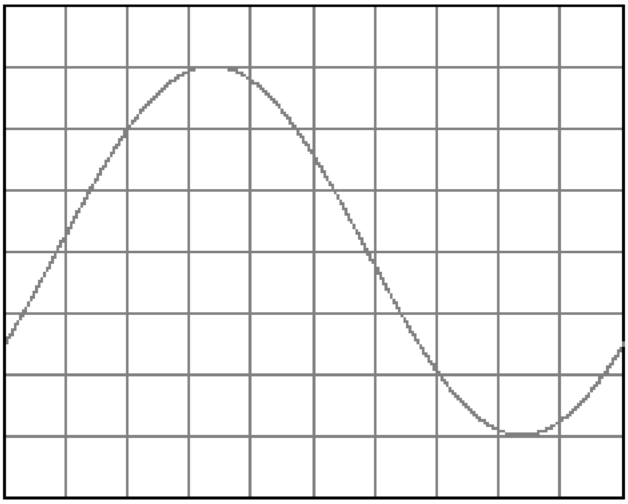
La fréquence f = ____ Hz.

La pulsation $\omega = 2\times\pi\times$ ___ =________ rad/s

La phase à l'origine = ___ ° = ____ rad et la valeur de la tension u(t) à l'origine des temps (t = 0) est:

$u(0) =$ ____ $\cdot\sqrt{2}\sin(2\cdot\pi\cdot 50\times$ __ + ___ $) =$ ___ V.

Savoir retrouver l'équation d'une tension à partir de sa représentation temporelle :
Déterminer les différentes grandeurs des tensions ci-dessous :



Voie 1 : 10V/div Base de temps : 2ms/div

L'amplitude de u(t) : U_{MAX} = ______ V.

La valeur efficace : U = _______ V.

La période T = ______ _s.

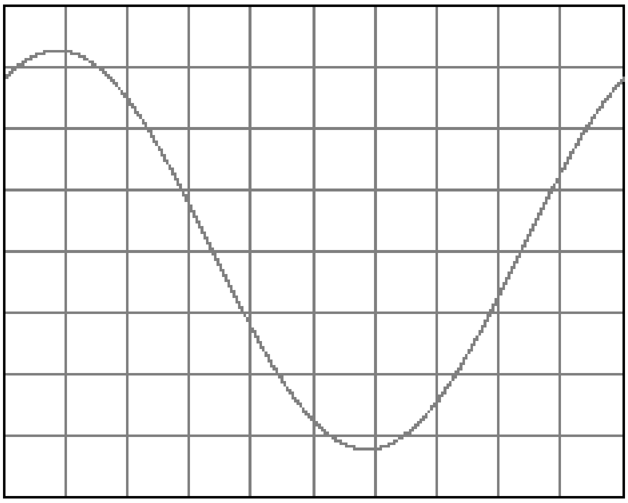
La fréquence f = ____ Hz.

La pulsation $\omega = 2 \times \pi \times$ ___ = ________ rad/s

La phase à l'origine = ___ ° = ____ rad et la valeur de la tension u(t) à l'origine des temps (t = 0) est:

$u(0) =$ ____ $\cdot \sqrt{2} \sin(2 \cdot \pi \cdot$ ___ $\times$ __ + ___ $) =$ ___ V.

Equation : u(t) =



Voie 1 : 5V/div Base de temps : 1ms/div

L'amplitude de u(t) : U_{MAX} = ______ V.

La valeur efficace : U = _______ V.

La période T = ______ _s.

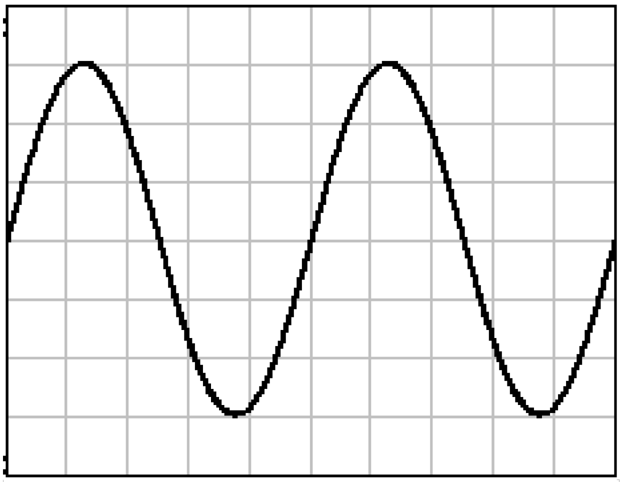
La fréquence f = ____ Hz.

La pulsation $\omega = 2 \times \pi \times$ ___ = ________ rad/s

La phase à l'origine ϕ = ___ ° = ____ rad et la valeur de la tension u(t) à l'origine des temps (t = 0) est:

$u(0) =$ ____ $\cdot \sqrt{2} \sin(2 \cdot \pi \cdot$ ___ $\times$ __ + ___ $) =$ ___ V.

Equation : u(t) =



Voie 1 : 2V/div Base de temps : 4ms/div

L'amplitude de u(t) : U_{MAX} = ______ V.

La valeur efficace : U = _______ V.

La période T = ______ _s.

La fréquence f = ____ Hz.

La pulsation $\omega = 2 \times \pi \times$ ___ = ________ rad/s

La phase à l'origine = ___ ° = ____ rad et la valeur de la tension u(t) à l'origine des temps (t = 0) est:

$u(0) =$ ____ $\cdot \sqrt{2} \sin(2 \cdot \pi \cdot$ ___ $\times$ __ + ___ $) =$ ___ V.

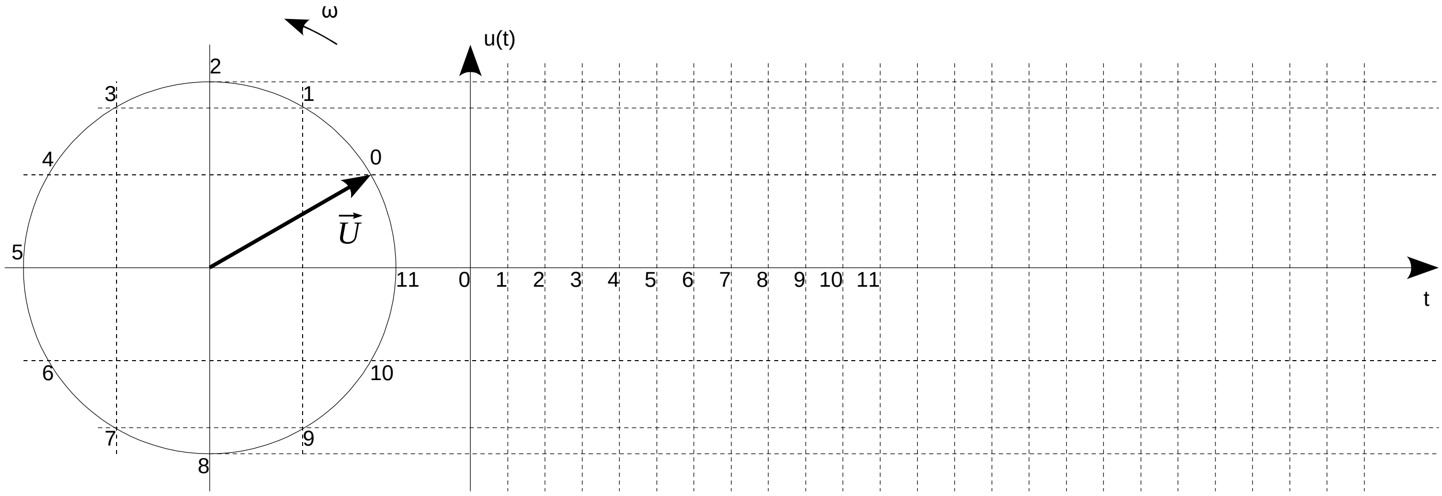
Equation : u(t) =

Remarque : pour connaître ϕ , il faut résoudre l'équation pour t = 0 : $\phi = \sin^{-1} \frac{u(0)}{U_{MAX}}$

Association d'un vecteur de Fresnel à une grandeur alternative sinusoïdale :

On place au centre d'un cercle un vecteur $\vec{U}$. Celui-ci tourne à la vitesse angulaire ω [rad/s] dans le sens anti-horaire; à l'instant t = 0, $\vec{U}$ est à la position 0; à l'instant t"= "1, U est à la position 1, ...

Pour les différents instants t (t= 0, t"="1, ...) , représenter par un point, la projection du vecteur U sur l'axe des ordonnées en fonction du temps.



Conclusion : A toute grandeur alternative sinusoïdale, on peut associer un vecteur de Fresnel. On représente ce vecteur à l'instant t = ...

Le module du vecteur est sa valeur .... ou sa valeur ....

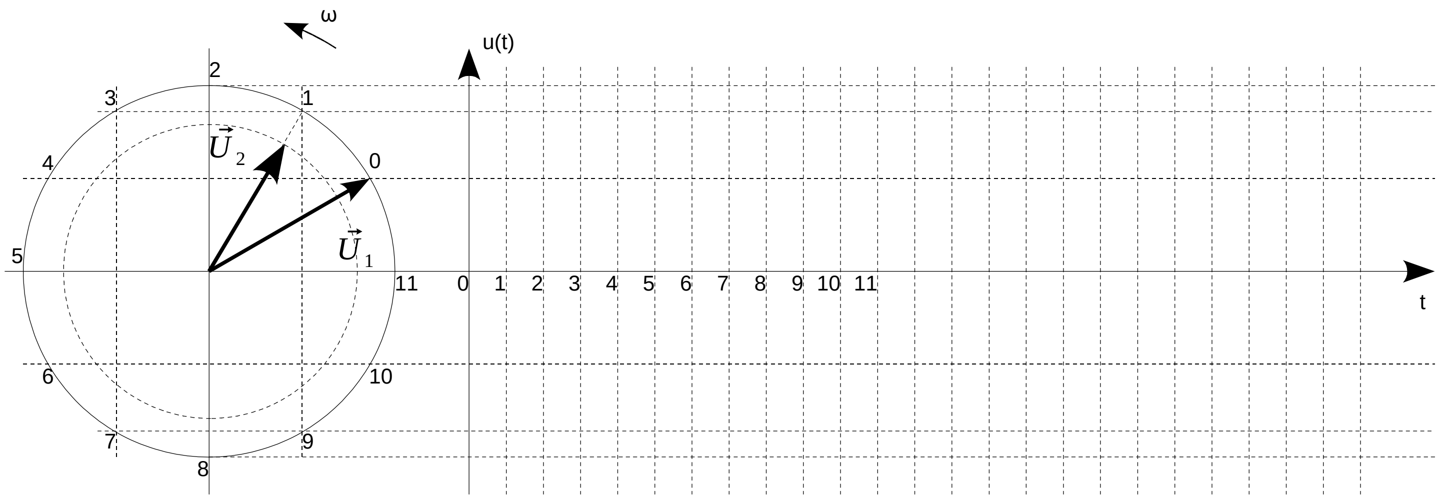
Son orientation est le .... à ....

Intérêt d'utiliser les vecteurs de Fresnel :

Pour les différents instants t, tracer en bleu $u_1(t)$ et en rouge $u_2(t)$.

Pour les différents instants t, tracer $u_1(t) + u_2(t) = u(t)$. Obtient-on un nouvelle sinusoïde?

La projection de $\vec{U}$ pour t=0 correspond-elle à u(0)? Donner l'équation de u(t).



Préciser :

Quelle grandeur est en avance sur l'autre : ______________________________

le déphasage ϕ_{12} entre $u_1(t)$ et $u_2(t)$ est $\phi_{12} =$ ________

$\phi_{12} = \phi_2 - \phi_1 =$

Conclusion : A chaque grandeur alternative sinusoïdale, on peut associer un vecteur tournant à la vitesse ___ rad/s. On représente ce vecteur à l'instant t = __ . Son module est ________________ et son orientation est ___ _______________ __ ______________.

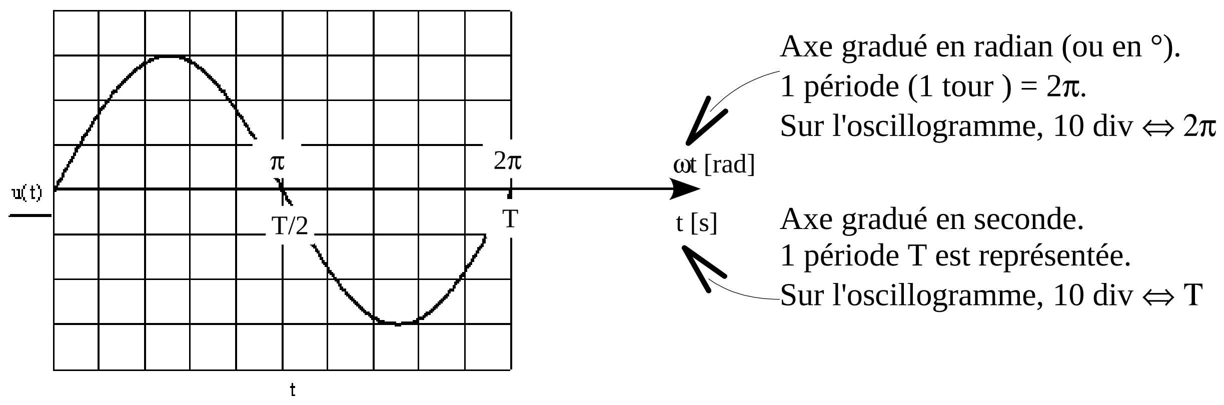
🖘 : On s'arrange pour que l'une des deux grandeurs ait pour phase à l'origine Φ = 0° : on dit que cette grandeur est prise comme référence des phases.

Comment lire un déphasage à partir d'un oscillogramme :

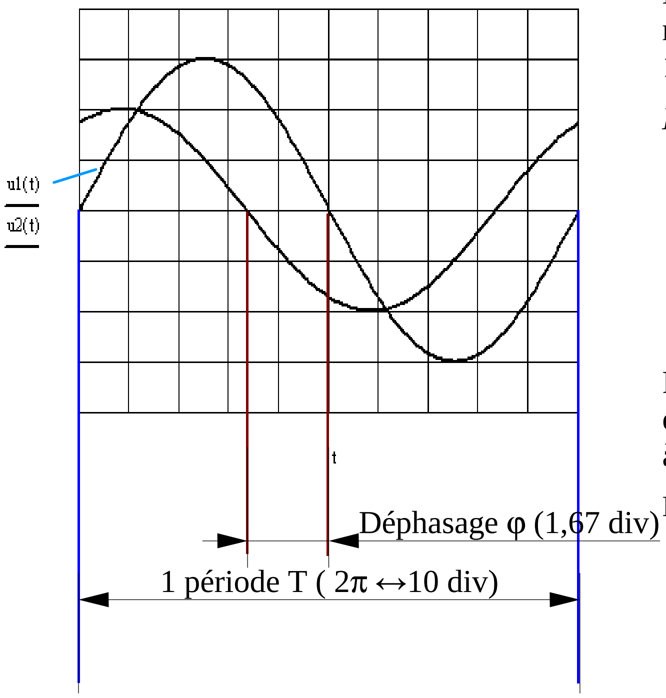
Principe : A toute grandeur alternative sinusoïdale u(t), on peut associer un vecteur tournant $\vec{U}$ tournant à la vitesse de rotation $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$.

Lorsque $\vec{U}$ fait un tour ($2 \cdot \pi$), la grandeur temporelle a décrit une période T on peut ainsi graduer l'axe du temps en degrés ou en radians.

Exemple :



Mesurer le déphasage entre deux grandeurs :



Dans notre exemple, la tension $u_1(t)$ est prise comme référence des phases. Une période T de $u_1(t)$ tient sur 10 divisions.

Mesure du déphasage :

10 div ↔ 2π (ou 360 °)

1,67 div ↔ $\frac{1{,}67 \times 2\ \pi}{10} = 1{,}05\ \text{rad}$ (ou 60°).

$\varphi = 1{,}05\ rad\,(+60°)$

Pour connaître le signe de φ, il suffit de déterminer quelle grandeur est en avance (ou en retard) par raport à l'autre.

Dans notre exemple, $u_2(t)$ est en avance par rapport à $u_1(t)$.

$u_2(t)$ passe par zéro sur front descendant avant $u_1(t)$.

$u_1(t) = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t)$ (référence des phases)

$u_2(t) = U_2 \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$

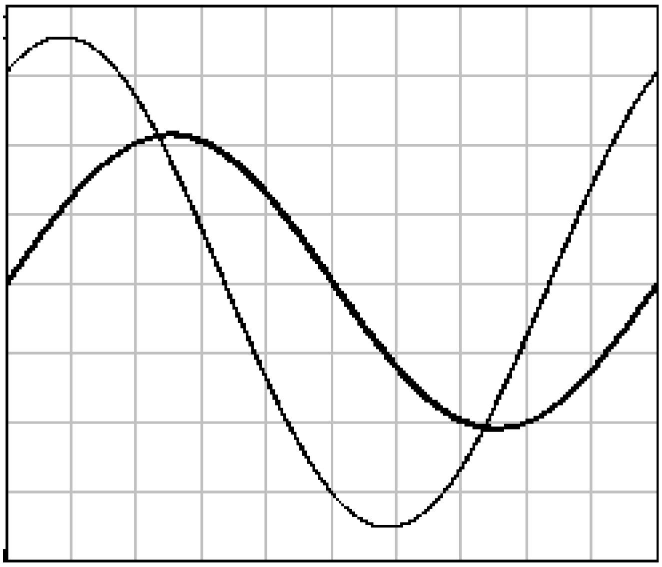
Association de vecteur de Fresnel aux grandeurs alternatives sinusoïdales :

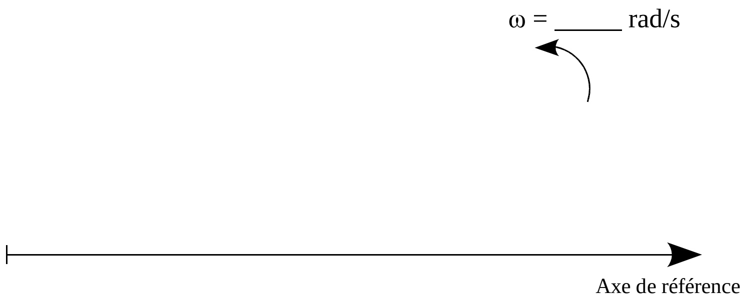
Dans tous les exercices, la fréquence f = 50 Hz.

Représenter les vecteurs associés aux grandeurs et préciser quelle grandeur est en avance/retard par rapport à l'autre.

Cas général n°1 :

Soient les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$. $u_1(t)=3\sqrt{2}\sin(\omega t)$ et $u_2(t)=5\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right)$.





Echelle : 1 V ↔ 1 cm

Voie 1 : 2V/div Base de temps : 2 ms/div
Voie 2 : 2V/div

Caractéristique du vecteur $\vec{U}_1$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_1 = ___ °.
Caractéristique du vecteur $\vec{U}_2$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_2 = ___ °.
La tension $u_1(t)$ est en _____________ par rapport à $u_2(t)$ ϕ_{12} = ____ °.

Cas général n°2 (coller l'oscillogramme correspondant représenté page 9/9):

Soient les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

$u_1(t)=5\sqrt{2}\sin(\omega t)$ et $u_2(t)=7\sqrt{2}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)$

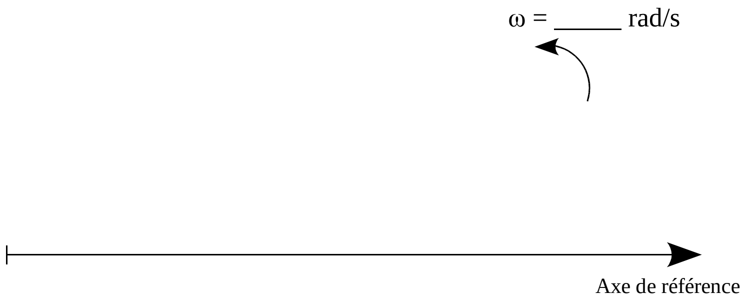
Echelle : 1 V ↔ 1 cm

Voie 1 : 2V/div Base de temps : 2 ms/div
Voie 2 : 5V/div

Caractéristique du vecteur $\vec{U}_1$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_1 = ___ °.
Caractéristique du vecteur $\vec{U}_2$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_2 = ___ °.
La tension $u_1(t)$ est en _____________ par rapport à $u_2(t)$ de ϕ_{12} = ____ °.

Grandeurs en phase :

Soient les tensions : $u_1(t)=230\ \sqrt{2}\sin(\omega t)$ et $u_2(t)=212{,}1\ \sin(\omega t)$.



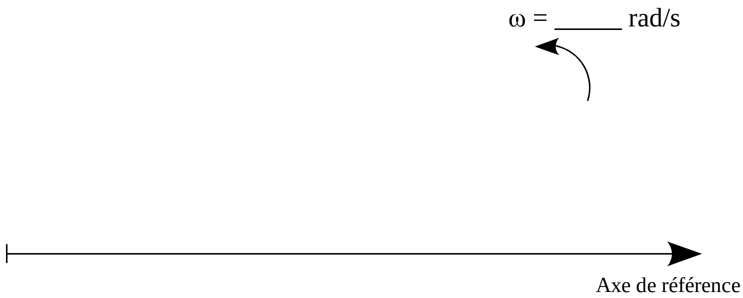
Echelle : 50 V ↔ 1 cm

Voie 1 : 100V/div Base de temps : 2 ms/div
Voie 2 : 100V/div

Caractéristique du vecteur $\vec{U}_1$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_1 = ___ °.
Caractéristique du vecteur $\vec{U}_2$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_2 = ___ °.
La tension $u_1(t)$ est en ____________ avec $u_2(t)$. ϕ_{12} = ____ °.

Grandeurs en quadrature avance :

Soient les tensions : $u_1(t)=230\ \sqrt{2}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$ et $u_2(t)=212{,}1\ \sin(\omega t)$.



Echelle : 100 V ↔ 1 cm

Voie 1 : 100V/div Base de temps : 2 ms/div
Voie 2 : 100V/div

Caractéristique du vecteur $\vec{U}_1$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_1 = ___ °.
Caractéristique du vecteur $\vec{U}_2$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_2 = ___ °.
La tension $u_1(t)$ est en ____________ ___________ par rapport à $u_2(t)$. ϕ_{12} = ____ °.

Grandeurs en quadrature retard (ou arrière) :

Soient les tensions : $u_1(t)=230\sqrt{2}\sin(\omega t)$ et $u_2(t)=150\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$.

ω = _____ rad/s

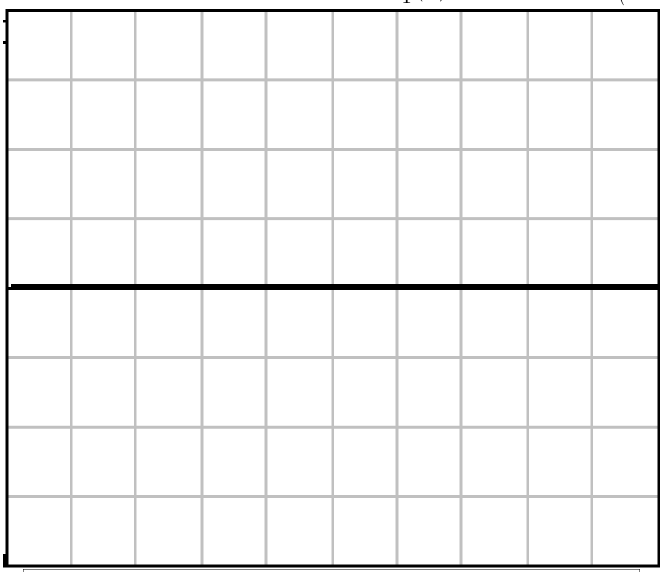
Echelle : 50 V ↔ 1 cm

Voie 1 : 100V/div Base de temps : 2 ms/div
Voie 2 : 100V/div

Caractéristique du vecteur $\vec{U}_1$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_1 = ___ °.
Caractéristique du vecteur $\vec{U}_2$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_2 = ___ °.
La tension $u_1(t)$ est en _____________ ____________ par rapport à $u_2(t)$. ϕ_{12} = ____ °.

Grandeurs en opposition de phase :

Soient les tensions : $u_1(t)=230\sqrt{2}\sin(\omega t)$ et $u_2(t)=150\sqrt{2}\sin(\omega t+\pi)$.



ω = _____ rad/s

Echelle : 50 V ↔ 1 cm

Voie 1 : 100V/div Base de temps : 2 ms/div
Voie 2 : 100V/div

Caractéristique du vecteur $\vec{U}_1$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_1 = ___ °.
Caractéristique du vecteur $\vec{U}_2$: module : ____ V ; phase à l'origine ϕ_2 = ___ °.
La tension $u_1(t)$ est en _____________ ____________ par rapport à $u_2(t)$. ϕ_{12} = ____ °.

Conclusion sur le déphasage :

Soient $u_1(t)$ et $u_2(t)$ deux grandeurs alternatives sinusoïdales.
$u_1(t)$ est prise comme référence des phases.
On pose $\phi_{12}=\phi_1-\phi_2$.

Si $\phi_{12}=0$, $u_1(t)$ est .... avec $u_2(t)$.

Si $\phi_{12}>0$, u_1 (t) est .... par rapport à $u_2(t)$.

Si $\phi_{12}<0$, u_1 (t) est .... par rapport à $u_2(t)$.

Si $\phi_{12}=+\frac{\pi}{2}$, $u_1(t)$ est .... par rapport à $u_2(t)$.

Si $\phi_{12}=-\frac{\pi}{2}$, $u_1(t)$ est .... par rapport à $u_2(t)$.

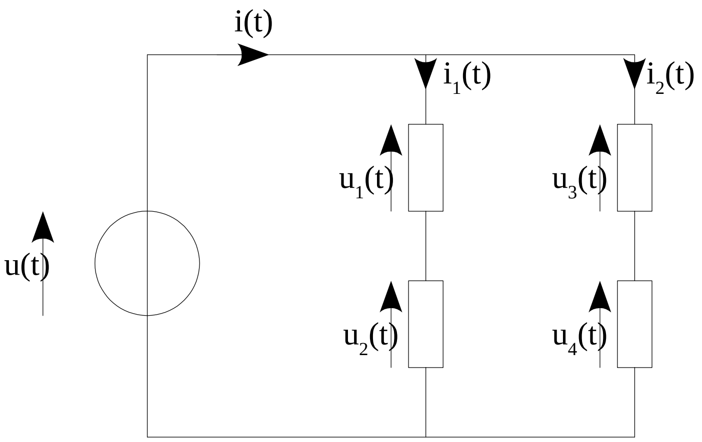
Si $\phi_{12}=-\pi$, $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont ....

Utilisation des vecteurs de Fresnel en alternatif sinusoïdal :

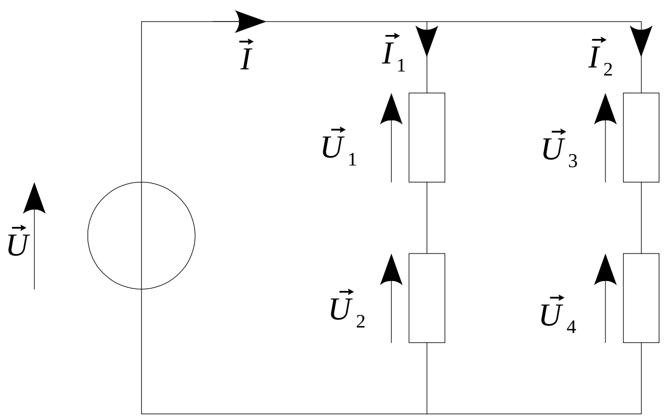
A toute grandeur alternative sinusoïdale, on peut associer un vecteur de Fresnel.

Toutes les lois vues en régime continu sont valable en alternatif sinusoïdal à condition d'utiliser la notation vectorielle.

Exemple : Soit le montage ci-dessous :



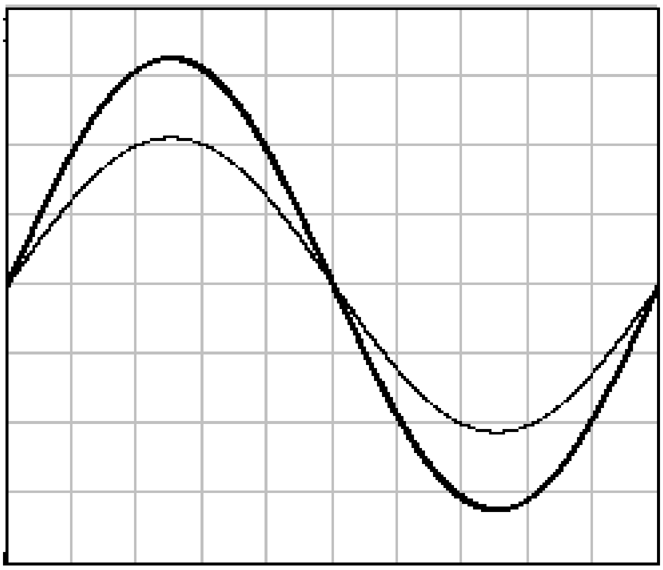
Toutes les grandeurs sont des grandeurs alternatives sinusoïdales, on peut remplacer chaque expression temporelle par son vecteur associé (ex : $u(t)\rightarrow\vec{U}$)

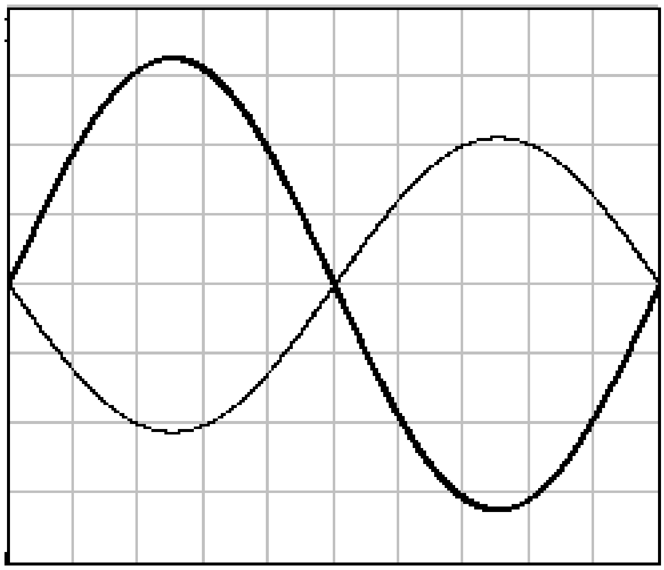


Loi des mailles : $\vec{U}=\vec{U}_1+\vec{U}_2$

$-\vec{U}_3-\vec{U}_4+\vec{U}_2+\vec{U}_1=0$

Loi des noeuds : $\vec{I}=\vec{I}_1+\vec{I}_2$





6