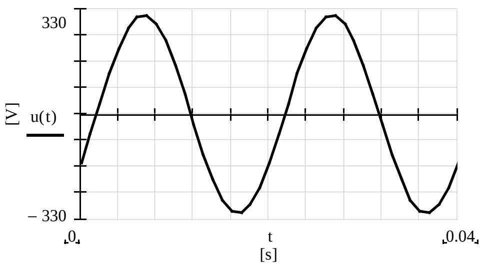
LE RÉGIME ALTERNATIF SINUSOÏDAL.

I DÉFINITION :

Une grandeur est définie par un signal d'équation du type : $s(t)=S\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi)$
Représentation temporelle :

On représente ci-dessous la tension $u(t)=220\sqrt{2}\sin(2\cdot\pi\cdot50\cdot t-\frac{\pi}{6})$



Caractéristiques du signal :

Tension efficace U = 220 V.

Tension maximale U_{MAX} = $220\sqrt{2}$ V

Fréquence f = 50 Hz

Période $T=\frac{1}{f}=20$ ms

Pulsation $\omega=2.\pi.f=314$ rad/s

Déphasage à l'origine $\varphi=-\frac{\pi}{6}$

Cas général :
Toute grandeur alternative sinusoïdale s(t) peut s'écrire sous la forme $s(t)=S\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi)$.

La valeur moyenne de ce signal est toujours nulle $\langle s(t)\rangle=0$ c'est pourquoi on utilise le terme « alternatif ». On mesure la valeur moyenne d'un signal avec un appareil numérique position DC. Par exemple pour mesurer la tension moyenne, le multimètre sera placé sur la fonction $V_{DC.}$

La valeur efficace de ce signal est S. On mesure la valeur efficace S avec un appareil numérique qui sera placé sur la fonction AC+DC. Par exemple, pour mesurer l'intensité efficace d'un signal, on utilisera la fonction A_{AC+DC}.

La valeur maximale S_{MAX} est donnée par la relation $S_{MAX}=S\cdot\sqrt{2}$.

La pulsation ω est donnée par la relation $\omega=2.\pi.f$.

f [Hz] est **la fréquence** du signal et on en déduit la période T par la relation $T=\frac{1}{f}$ [s].

φ représente le **déphasage à l'origine**.

🛠 Retrouver les caractéristiques d'une tension : Exercice n°1 page 1/11.

II NOTION DE DÉPHASAGE :

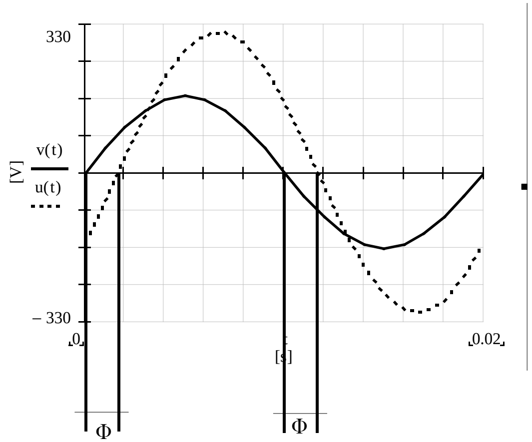
Dans un circuit électrique alimenté par une tension alternative sinusoïdale de fréquence f, toutes les tensions aux bornes des différents dipôles ainsi que toutes les intensités qui circulent dans le circuit ont toutes la même fréquence f.

On visualise deux signaux périodiques à l'aide d'un oscilloscope bi-courbes.

🛠 Savoir placer les voies voies d'un oscilloscope : T.D Branchement oscilloscope pages 1 et 2/6

En règle générale, lorsqu'on visualise deux tensions à l'oscilloscope, on choisit toujours une des deux grandeurs comme origine des phases i.e. le déphasage à l'origine de cette tension $\varphi=0$.

METHODE :



Une période tient sur 10 divisions. (Une période angulaire vaut 360°).
Le déphasage Φ tient sur 0,8 division.

En utilisant la règle de proportionnalité :

10 divisions ↔ 360 °
0,8 division ↔ $\frac{0,8\times360}{10}=29°\#\frac{\pi}{6}$

Le signal v(t) [référence des phases car à t = 0, v(t) =0] est en avance de 29 ° par rapport au signal u(t).

Les signaux ont pour équations : $v(t)=169\sqrt{2}\sin(314.t)$

$$u(t)=220\sqrt{2}\sin(314.t-\frac{\pi}{6})$$

🛠 Savoir déterminer le déphasage entre deux grandeurs : Exercice 2 page 2/11 et 4 page 5/11

III VECTEURS DE FRESNEL :

Pour pouvoir utiliser les relations établies pour le régime continu (additivité des tensions, loi des noeuds...) on utilise les expressions temporelle ($u(t)=u_1(t)+u_2(t)$). Mais leurs utilisations est difficile. Pour simplifier les calculs, on associe à chaque grandeur temporelle son vecteur de Fresnel équivalent (l'expression ci-dessous devient alors : $\vec{U}=\vec{U}_1+\vec{U}_2$).

METHODE :

On représente le vecteur associé à la grandeur temporelle à l'instant t=0.

Exemple :

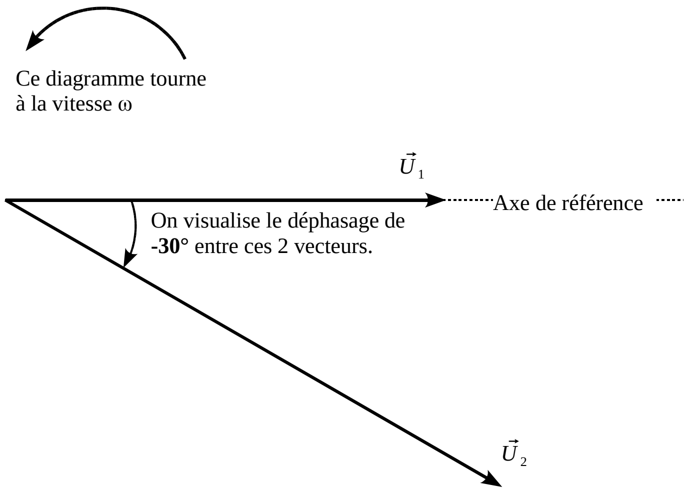
$u_1(t)=169\sqrt{2}\sin(314.t)$ a pour valeur efficace U_1 = 169 V et $\varphi_1=0$.

On associe le vecteur $\vec{U}_1$ qui aura pour module U_1 et pour direction φ_1 .

$u(t)=220\sqrt{2}\sin(314.t-\frac{\pi}{6})$ a pour valeur efficace U_2 = 220 V et $\varphi_2=-\frac{\pi}{6}=-30°$.

On associe le vecteur $\vec{U}_2$ qui aura pour module U_2 et pour direction φ_2 .

Représentation des deux vecteurs $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$. Echelle : 20 V ↔ 1 cm.



On observe que $\vec{U}_1$ est en avance par rapport à $\vec{U}_2$.

Ces 2 vecteurs tournent tous les 2 à la vitesse angulaire ω, a chaque tour, $\vec{U}_1$ passera par l'axe de référence avant $\vec{U}_2$.

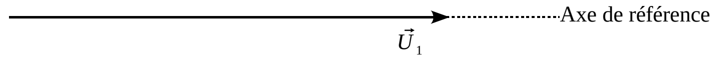
🛠 Savoir associer un vecteur à une grandeur temporelle : Exercice 3 page 4/11

IV ADDITION DE 2 VECTEURS :

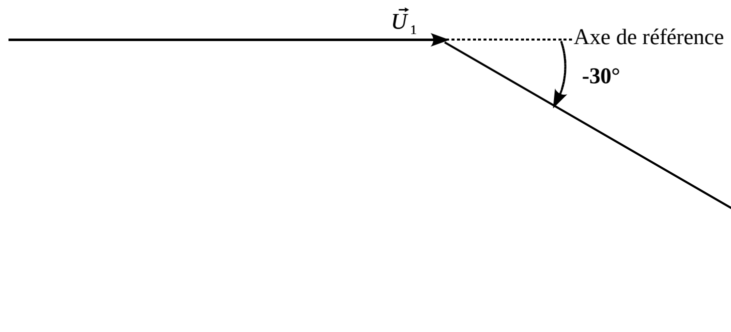
Pour déterminer l'expression de $u(t)=u_1(t)+u_2(t)$, on utilise la relation vectorielle $\vec{U}=\vec{U}_1+\vec{U}_2$.

METHODE :

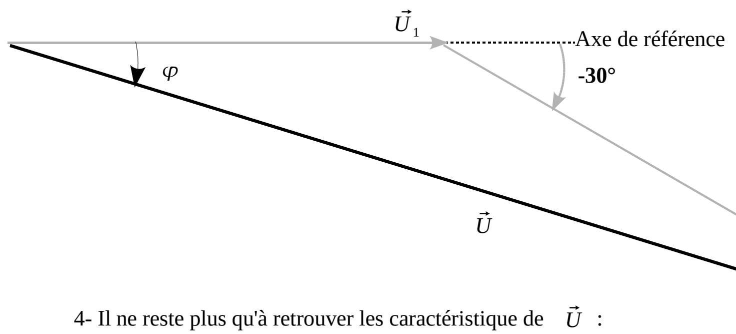
1- On se fixe une échelle 20 V ↔ 1 cm et on représente $\vec{U}_1$:



2- A l'extrémité de $\vec{U}_1$, on représente $\vec{U}_2$.



3- A partir de l'origine, on rejoint l'extrémité de $\vec{U}_2$.



4- Il ne reste plus qu'à retrouver les caractéristique de $\vec{U}$:

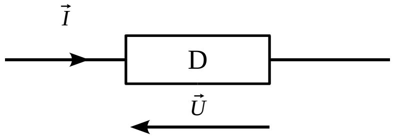
module : 18,7 cm ↔ 374,5 V
argument (utilisation du rapporteur) $\varphi=-17°\approx 0{,}298\ rad$

u(t) a pour expression temporelle : $u(t)=374{,}5\sqrt{2}\sin(314.t-0{,}298)$.

<u>REMARQUE</u> : La valeur efficace de u(t) est différente de U_1+U_2 = 220 + 169 = 389 V.

On n'additionne jamais les valeurs efficaces entre elles en alternatif sinusoïdal.

V LOI D'OHM EN ALTERNATIF SINUSOÏDAL :



Le dipôle D a pour impédance Z.

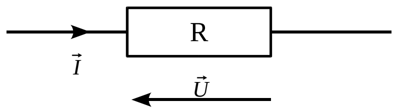
Loi d'ohm en alternatif sinusoïdal : $U = Z \cdot I$ avec
U : tension efficace en [V]
Z : impédance du dipôle [Ω]
I : intensité efficace [A]

On définit le déphasage $\varphi(\vec{I}, \vec{U})$, le déphasage entre l'intensité $\vec{I}$ et la tension $\vec{U}$. On détermine cette grandeur en utilisant un oscilloscope et en visualisant la tension $\vec{U}$ et l'image de l'intensité $\vec{I}$.

🛠 Savoir visualiser l'image d'une intensité : T.D Branchement oscilloscope pages 3 à 5/6

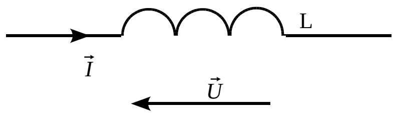
VI CARACTÉRISTIQUES DES DIPÔLES PASSIFS ÉLÉMENTAIRES :

<u>La résistance</u> :



impédance d'une résistance : $Z_R = R$
déphasage $\varphi_R(\vec{I}, \vec{U}) = 0°$ L'intensité i(t) et la tension u(t) sont en phase.

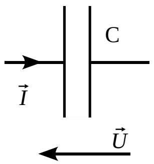
<u>L'inductance</u> :



impédance d'une inductance : $Z_L = L.\omega$ (L : inductance [H] ; ω : pulsation [rad/s])

déphasage $\varphi_L(\vec{I}, \vec{U}) = +90° = +\frac{\pi}{2}$ L'intensité i(t) est en retard de +90° par rapport à u(t).

<u>Le condensateur</u> :



impédance d'un condensateur : $Z_C = \frac{1}{C.\omega}$ (C : capacité [F] ; ω : pulsation [rad/s])

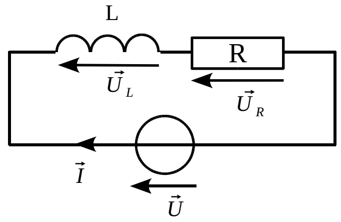
déphasage $\varphi_C(\vec{I}, \vec{U}) = -90° = -\frac{\pi}{2}$ L'intensité i(t) est en avance de -90° par rapport à u(t).

🛠 Étude des dipôles élémentaires : Exercice 5 pages 7 à 10/11
🛠 Tableau récapitulatif des impédances élémentaires à savoir pas coeur : : page 11/11

VII ASSOCIATION SERIE DE DIPÔLES ÉLÉMENTAIRES :

<u>Association d'une résistance R en série avec une inductance L alimentées par une tension u(t).</u>

Montage :

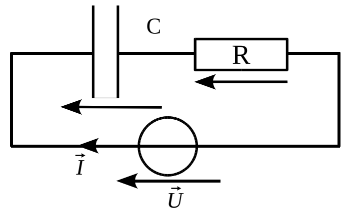


Impédance Z_{RL} : $Z = \sqrt{R^2 + (L.\omega)^2}$

Déphasage $\varphi(\vec{I}, \vec{U})$: $\tan\varphi = \frac{l.\omega}{R}$

<u>Association d'une résistance R en série avec un condensateur C alimentés par une tension u(t).</u>

Montage :

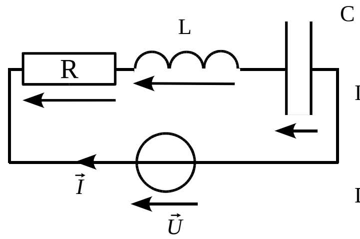


Impédance Z_{RC} : $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C.\omega}\right)^2}$

Déphasage $\varphi(\vec{I}, \vec{U})$: $\tan\varphi = -\frac{1}{RC.\omega}$

<u>Association d'une résistance R, d'une inductance L et d'un condensateur C en série.</u>

Montage :



Impédance Z_{RLC} : $Z = \sqrt{R^2 + \left(L.\omega - \frac{1}{C.\omega}\right)^2}$

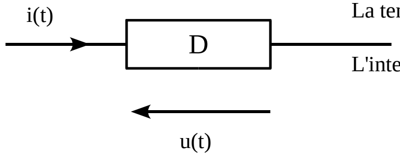
Déphasage $\varphi(\vec{I}, \vec{U})$: $\tan\varphi = \frac{L.\omega - \frac{1}{C.\omega}}{R}$

🛠 Association de dipôles élémentaires : Exercice 1,2,3 et 4 Régime alternatif sinusiïdal.

VIII PUISSANCES EN ALTERNATIF SINUSOÏDAL :

On définit trois sortes de puissances en alternatif sinusoïdal :

Soit un dipôle D soumis à la tension u(t) et traversé par l'intensité i(t).



La tension u(t) a pour expression : $u(t)=U\sqrt{2}\sin(\omega.t)$

L'intensité i(t) a pour expression : $i(t)=I\sqrt{2}\sin(\omega.t+\varphi)$

La puissance active P a pour expression : $P=U.I.\cos\varphi$ avec
U : tension efficace [V]
I : intensité efficace [A]
$\varphi(\vec{I},\vec{U})$: déphasage entre i(t) et u(t)
P : puissance active [W]

Remarque : comme $-90°\leqslant\varphi(\vec{I},\vec{U})\leqslant+90°$, la puissance active P est toujours positive.
C'est la seule puissance qui ait un sens physique.
On appelle le terme $\cos\varphi$: le facteur de puissance **fp**. Plus il est proche de 1, meilleur c'est.

La puissance réactive Q a pour expression : $Q=U.I.\sin\varphi$ avec
U : tension efficace [V]
I : intensité efficace [A]
$\varphi(\vec{I},\vec{U})$: déphasage entre i(t) et u(t)
Q : puissance réactive [var]

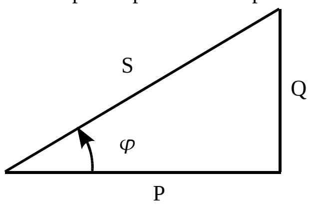
Remarque : [var] : volts ampères réactifs.
comme $-90°\leqslant\varphi(\vec{I},\vec{U})\leqslant+90°$, la puissance réactive Q peut-être positive ou négative.
Cette puissance n'a pas de signification physique, elle exprime juste « le déphasage entre les grandeurs u(t) et i(t) ».

La puissance apparente S a pour expression : $S=U.I$ avec
U : tension efficace [V]
I : intensité efficace [A]
S : puissance apparente [VA]

Remarque : [VA] : Volts-Ampères.
Cette puissance n'a pas de signification physique, c'est une puissance de dimenssionnement pour les câbles ...

<u>Triangle des puissances :</u>

On peut représenter ces puissances dans un triangle rectangle comme le montre la figure ci-dessous :



On en déduit les relations suivantes :

$S^2=P^2+Q^2 \Rightarrow S=\sqrt{P^2+Q^2}$

$Q=P\tan\varphi$ (formule très utile)

IX PUISSANCES POUR LES DIPÔLES ÉLÉMENTAIRES:

Dipôle	Impédance	$\varphi(\vec{I},\vec{U})$:	P [W]	Q [var]
R	$Z_R=R$	0	$R.I^2$ ou $\frac{U^2}{R}$	0
L	$Z_L=L.\omega$	$+\frac{\pi}{2}$	0	$L.\omega I^2$ ou $\frac{U^2}{L.\omega}$
C	$Z_L=\frac{1}{C.\omega}$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$-C.\omega U^2$ ou $-\frac{I^2}{C.\omega}$

X RELÈVEMENT DU FACTEUR DE PUISSANCE :

Imaginons deux entreprises qui consomment chacune une puissance P = 9 kW. Elles sont toutes les deux alimentées par une tension U = 230 V. La première entreprise a un facteur de puissance fp_1 = 0,5 et la deuxième un facteur de puissance fp_2 = 0,9. Calculons pour chacune d'entres-elles, l'intensité qu'elle absorbe.

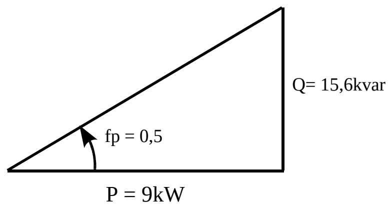
$$P=U.I.cos\varphi \Rightarrow I=\frac{P}{U.\cos\varphi} \quad \text{Soit} \quad I_1=\frac{9000}{230\times0{,}5}=78{,}5\text{ A} \quad \text{et} \quad I_2=\frac{9000}{230\times0{,}9}=43{,}5\text{ A} .$$

On constate que pour une même puissance P consommée, les deux entreprises n'absorbent pas la même intensité. Pour la première, l'intensité est très importante et elle provoque plus de pertes par effet Joule dans les ligne EDF. Pour EDF, c'est de la pure perte et surtaxe les entreprises qui ont un fp < 0,9 environ.

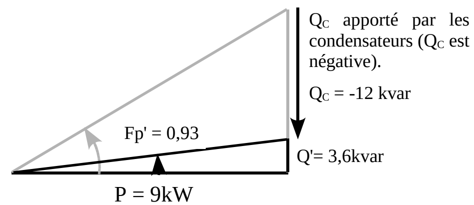
Pour éviter cette surtaxe, il faut **relever le facteur de puissance** à **fp'** pour qu'il soit le plus proche possible de 1 par l'ajout de condensateurs en tête de l'installation, alimentés sous la tension U, car ces dernier fournissent de la puissance réactive négative.

<u>Illustration par le triangle des puissances :</u>

Avant la pose des condensateurs :



Après la pose des condensateurs :



Calcul de la capacité C nécessaire pour ramener le facteur de puissance fp = 0,5 à fp' = 0,93 .

<u>AVANT</u> : $P=U.I.\cos\varphi$ et $Q=P\tan\varphi$

<u>APRÈS</u> : $P'=P$ car les condensateurs ne modifient pas la puissance active (cf tableau ci-dessus).

$$Q_C=Q'-Q=-U^2C\omega \quad Q'=P\tan\varphi' \quad \text{d'où} \quad P\tan\varphi'-P\tan\varphi=-U^2C\omega \quad \text{soit} \quad C=\frac{P(\tan\varphi-\tan\varphi')}{\omega.U^2}$$

Pour relever le facteur de puissance à 0,93, il faut poser un condensateur de capacité

$$C=\frac{9000\ (\tan(\cos^{-1}0{,}5)-\tan(\cos^{-1}0{,}93))}{2\times\pi\times50\times230^2}\approx720\ \mu\text{F}$$

XI THÉORÈME DE BOUCHEROT

Dans un circuit comportant n récepteurs branchés en série ou en dérivation, la puissance active totale est $P=\sum P_n$, la puissance réactive totale est $Q=\sum Q_n$ et la puissance apparente totale $S=\sqrt{(\sum P_n)^2+(\sum Q_n)^2}$.