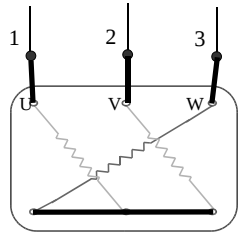


Une installation triphasée 230 V / 400 V , 50 Hz comporte :

un ensemble de radiateurs consommant au total $P_R = 5 \text{ kW}$,
 un poste de soudure (récepteur inductif) de puissance $P_S = 3 \text{ kW}$ et de facteur de puissance $f_{pS} = 0,6$,
 un moteur asynchrone triphasé 230 V de facteur de puissance $f_{pm} = 0,7$ et fournissant la puissance utile $P_U = 5 \text{ kW}$ et de rendement $\eta = 89 \%$.

1- La tension au bornes d'un enroulement du moteur doit-être de 230V. Compléter le schéma ci-dessous permettant le câblage du moteur :



Comment s'appelle ce couplage ? **Couplage étoile.**

2- On rappelle que pour un moteur, le rendement est défini par : $\eta = \frac{P_U}{P_A}$ où P_A désigne la puissance électrique absorbée par ce moteur. Calculer P_A :

$$P_A = \frac{P_U}{\eta} = \frac{5\,000}{0,89} \text{ soit } \boxed{P_A = 5,62 \text{ kW}}$$

Lorsque tous les appareils sont sous tension, calculer :

3- La puissance active totale P_T absorbée par cette installation.

Théorème de Boucherot : $P_T = P_R + P_S + P_A$ soit :

$$P_T = 5000 + 3000 + 5620 \text{ soit } \boxed{P_T = 13,62 \text{ kW}}$$

4- La puissance réactive totale Q_T absorbée par cette installation.

Théorème de Boucherot : $Q_T = Q_R + Q_S + Q_{\text{MOTEUR}}$ soit :

Pour les radiateurs : $Q_R = 0$ car ils ne consomment pas de puissance réactive.

Pour le poste à souder : $Q_S = P_S \cdot \tan \varphi_S = 3000 \times \tan(\cos^{-1} 0,6) = 4000 \text{ var}$

Pour le moteur : $Q_{\text{MOTEUR}} = P_A \cdot \tan \varphi_{\text{MOTEUR}} = 5620 \times \tan(\cos^{-1} 0,7) = 5\,734 \text{ var}$

D'où : $Q_T = 0 + 4000 + 5\,734$ soit $\boxed{Q_T = 9,73 \text{ kvar}}$

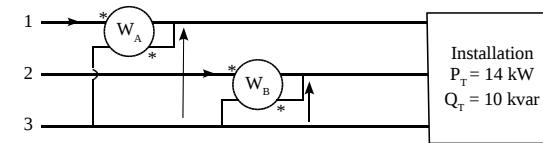
5- En déduire la puissance apparente S_T de l'installation.

La puissance apparente est donnée par : $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{13620^2 + 9730^2}$ soit $\boxed{S_T = 16,74 \text{ kVA}}$

6- Le facteur de puissance f_P de cette installation.

La facteur de puissance de l'installation est donnée par : $f_P = \frac{P_T}{S_T} = \frac{13620}{16740}$ soit $\boxed{f_P = 0,81}$

Pour mesurer la puissance active totale absorbée par cette installation, on réalise le montage ci-dessous :



Le wattmètre A indique la puissance P_A et le wattmètre B indique la puissance P_B .

7- Exprimer la puissance active P_T en fonction de P_A et P_B .

$$\boxed{P_T = P_A + P_B}$$

8- Exprimer la puissance réactive Q_T en fonction de P_A et P_B .

$$\boxed{Q_T = \sqrt{3} (P_A - P_B)}$$

9- Sachant que $P_T = 14 \text{ kW}$ et $Q_T = 10 \text{ kvar}$, déterminer les valeurs P_A et P_B affichées par les wattmètres A et B.

$$\begin{cases} P_T = P_A + P_B & \text{équation (1)} \\ Q_T = \sqrt{3} (P_A - P_B) & \text{équation (2)} \end{cases}$$

On multiplie l'équation (1) par $\sqrt{3}$ et on développe l'équation (2) :

$$\begin{cases} \sqrt{3} P_T = \sqrt{3} P_A + \sqrt{3} P_B & (1) \\ Q_T = \sqrt{3} P_A - \sqrt{3} P_B & (2) \end{cases}$$

On effectue (1) - (2) :

$$\sqrt{3} P_T = \sqrt{3} P_A + \sqrt{3} P_B \quad (1)$$

$$- Q_T = \sqrt{3} P_A - \sqrt{3} P_B \quad (2)$$

$$\sqrt{3} P_T - Q_T = (\sqrt{3} P_A + \sqrt{3} P_B) - (\sqrt{3} P_A - \sqrt{3} P_B) \text{ soit } \sqrt{3} P_T - Q_T = 2 \sqrt{3} P_B \text{ d'où } \boxed{P_B = \frac{\sqrt{3} P_T - Q_T}{2 \sqrt{3}}}$$

On effectue (1) + (2) :

$$\sqrt{3} P_T = \sqrt{3} P_A + \sqrt{3} P_B \quad (1)$$

$$+ Q_T = \sqrt{3} P_A - \sqrt{3} P_B \quad (2)$$

$$\sqrt{3} P_T + Q_T = (\sqrt{3} P_A + \sqrt{3} P_B) + (\sqrt{3} P_A - \sqrt{3} P_B) \text{ soit } \sqrt{3} P_T + Q_T = 2 \sqrt{3} P_A \text{ d'où } \boxed{P_A = \frac{\sqrt{3} P_T + Q_T}{2 \sqrt{3}}}$$

Application numérique :

$$P_A = \frac{\sqrt{3} P_T + Q_T}{2 \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times 14\,000 + 10\,000}{2 \sqrt{3}} \text{ soit } \boxed{P_A = 9,88 \text{ kW}}$$

$$P_B = \frac{\sqrt{3} P_T - Q_T}{2 \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times 14\,000 - 10\,000}{2 \sqrt{3}} \text{ soit } \boxed{P_B = 4,11 \text{ kW}}$$

10- On veut relever le facteur de puissance à $f_P = 0,98$. On branche en tête de l'installation une batterie de condensateurs couplés en triangle. Calculer la valeur de la capacité C d'un condensateur sachant que

$$C = \frac{P_T (\tan \varphi - \tan \varphi')}{3 U^2 \omega} \text{ A.N : } \boxed{C = \frac{14000 (\tan(\cos^{-1} 0,81) - \tan(\cos^{-1} 0,98))}{3 \times 400^2 \times 2 \pi \times 50}} = 48,4 \mu F$$